



# A háromszög szögei



## Házi feladat!

- **Számítsd ki az egyenlő szárú háromszög alapját ha kerülete**

**20 cm, a szárai pedig 7-7 centiméteresek!**

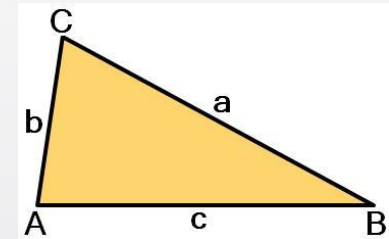
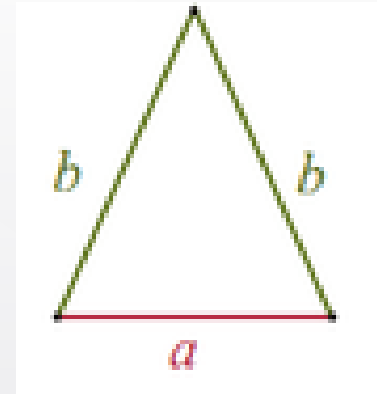
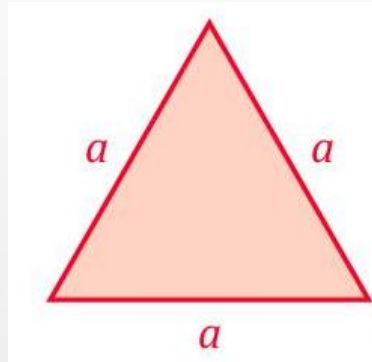
Megoldás:

- $K = 20 \text{ cm}$
- $b = 7 \text{ cm}$

- $K = a + 2b$
- $20 = a + 2 \cdot 7$
- $20 = a + 14$
- $a = 20 - 14$
- $a = 6 \text{ cm}$



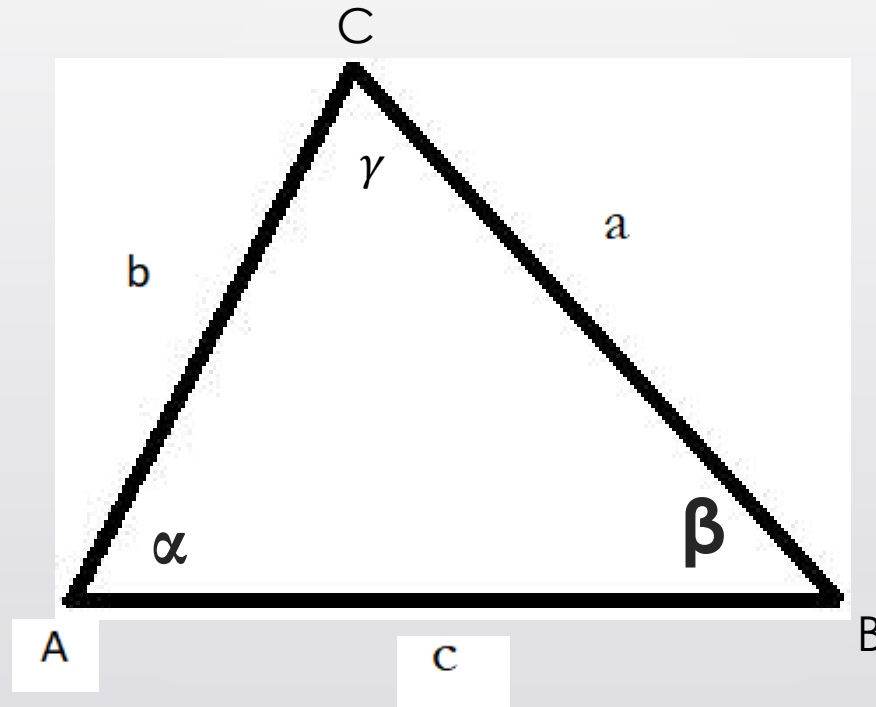
# Ismételjünk!



- **Háromszögek fajtái oldalaik nagysága alapján:**
- Egyenlő oldalú háromszög:
- **$K = a+a+a = 3a$**

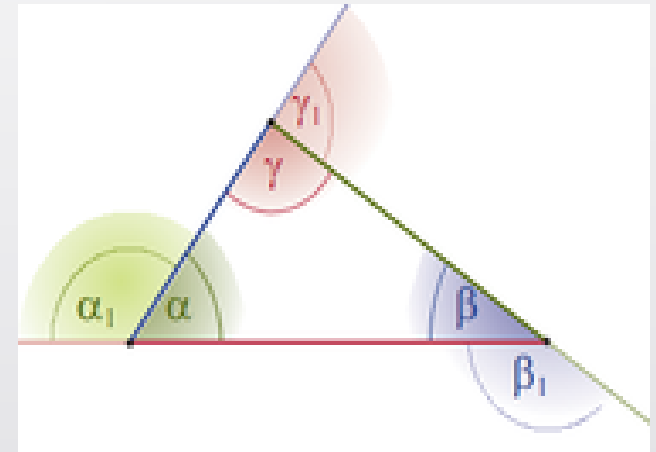
- Egyenlő szárú háromszög:
- **$K = a+2b$**
- Általános háromszög:
- **$K = a+b+c$**

////////////////////////////////////  
Rajzol egy tetszőleges háromszöget és jelöld a  
részeit!



# A háromszög belső és külső szögei

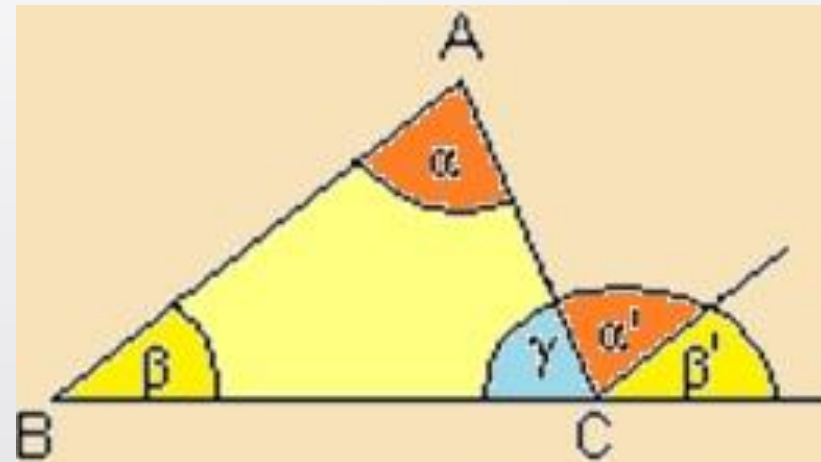
- Rajzoljuk be a háromszög oldalainak tartóegyeneseit.
- Az a szög, amelyet a háromszög két oldala határoz meg, és a háromszög belső tartományában helyezkedik el, a háromszög belső szögének nevezzük. Belső szögek:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$
- A háromszög külső szöge, a háromszög belső szögének a mellékszöge. Külső szögek:  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$
- Mellékszög: a szög és mellékszögének összege  $180^\circ$ .
- A háromszög egyik belső és hozzá tartozó külső szögének az összege  $180^\circ$ .
- $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$ ,  $\beta + \beta_1 = 180^\circ$ ,  $\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$





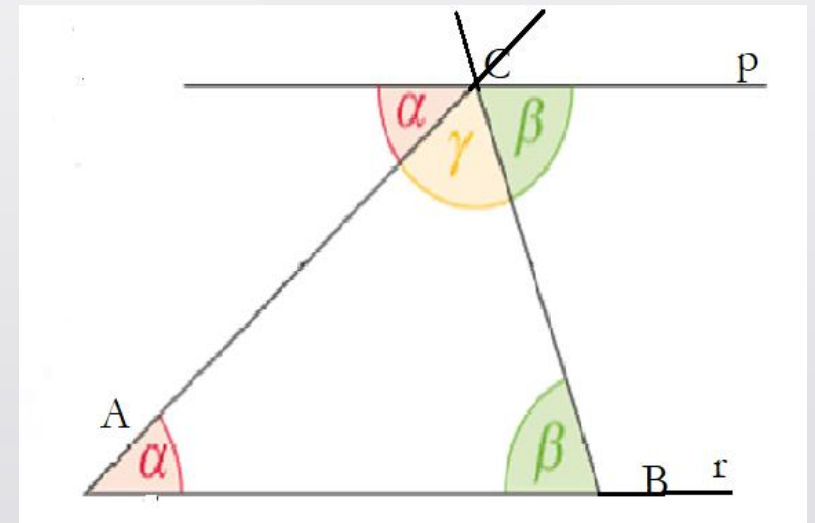
# A háromszög belső szögeinek összege

- Rajzoljunk egy tetszőleges háromszöget!
- A belső szögeit másoljuk egymás mellé!
- Mit tudunk megállapítani?
- A belső szögek egymás mellé másolva egyenesszöget alkotnak!!!
- Az egyenesszög mértéke  $180^\circ$ .
- Tehát: **A háromszög belső szögeinek összege  $180^\circ$ .**



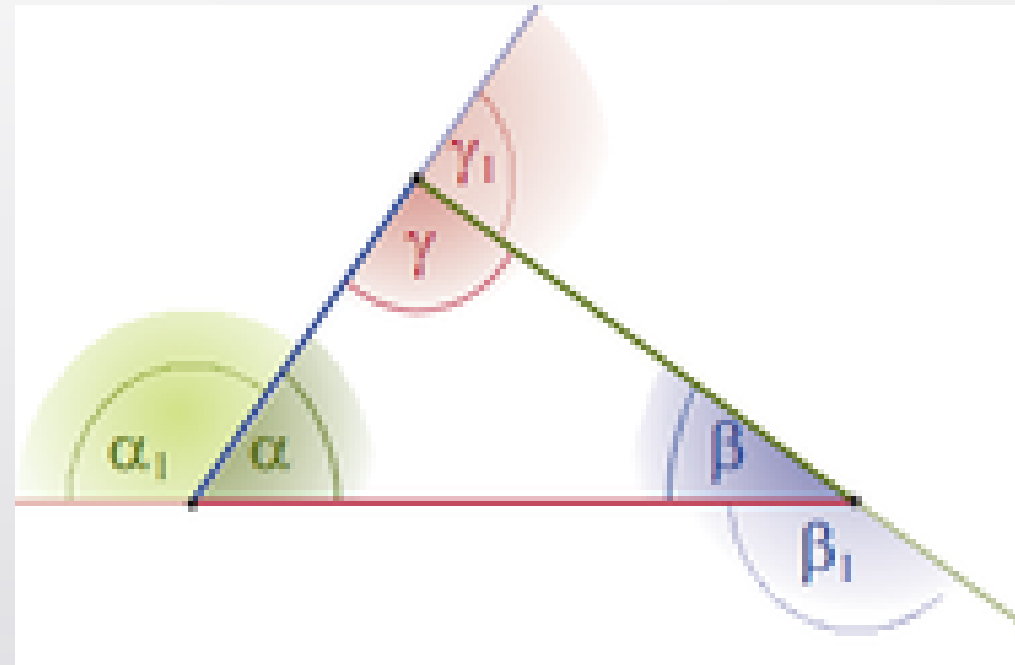
# Püthagorasz ( i.e. 596-475)

- Ókori görög matematikus
- Ő és tanítványai elsőként bizonyították a háromszög szögösszegéről szóló tételt.
- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



# A háromszög külső szögeinek összege

- A háromszög külső szögeinek összege  $360^\circ$ .
- Bizonyítás:
- $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 =$
- $(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) + (180^\circ - \gamma) =$   
 $3 \cdot 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) = 540^\circ - 180^\circ =$   
 $= 360^\circ$
- $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$





////////////////////////////////////  
A háromszög egyik belső szöge  $70^\circ$  , egyik külső szöge  $100^\circ$ . Számítsd ki a többi belső és külső szögét.

• **Megoldás:**

•  $\alpha = 70^\circ$

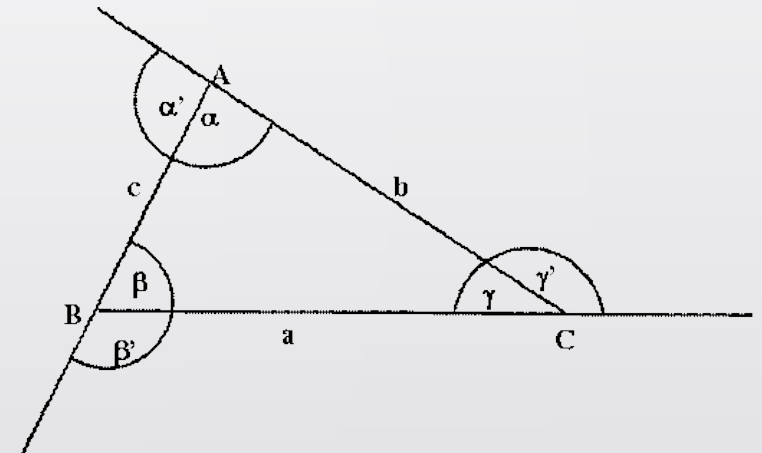
•  $\gamma_1 = 100^\circ$

•  $\gamma = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

•  $\alpha_1 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

•  $\beta = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

•  $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$



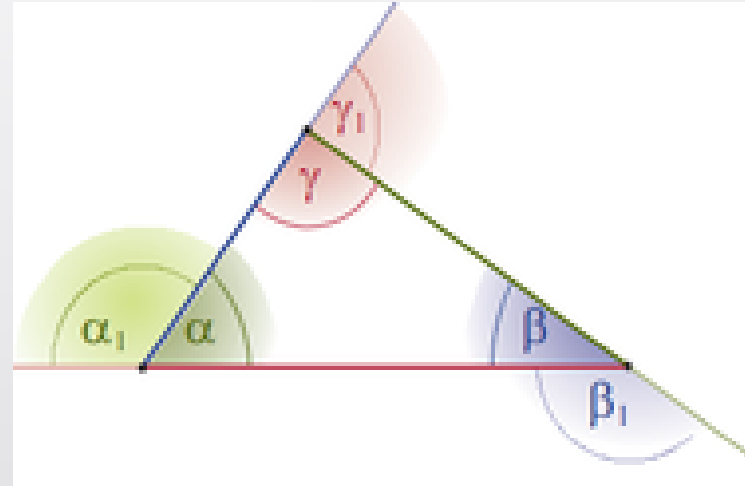
- 
- A háromszög külső szöge egyenlő a két vele nem szomszédos belső szög összegével.

- Bizonyítás:

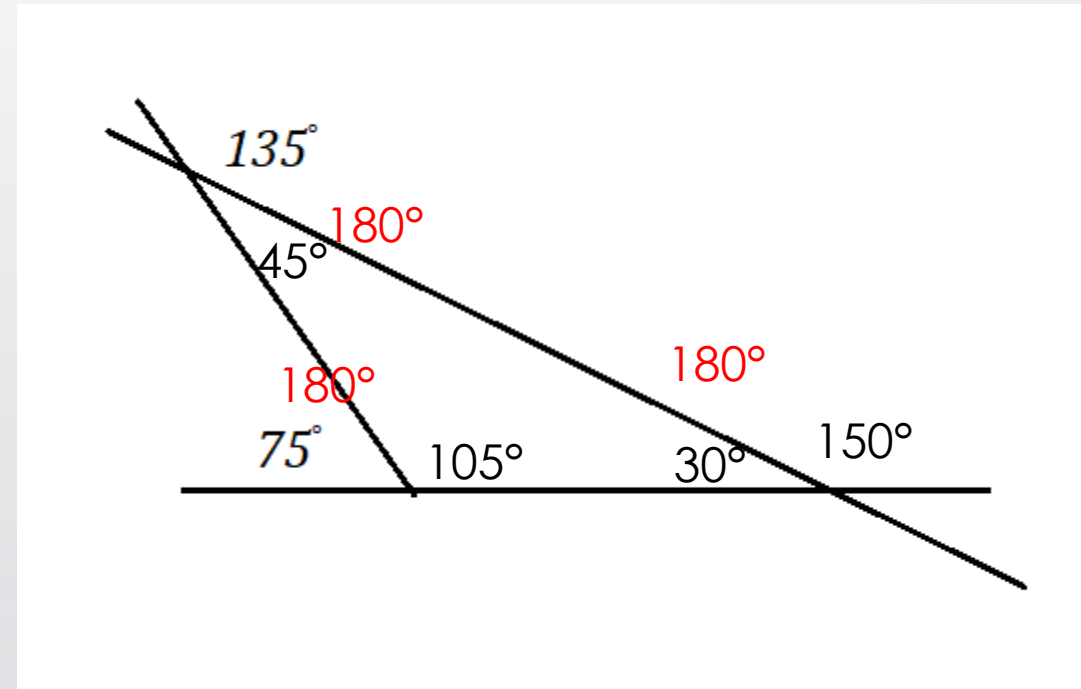
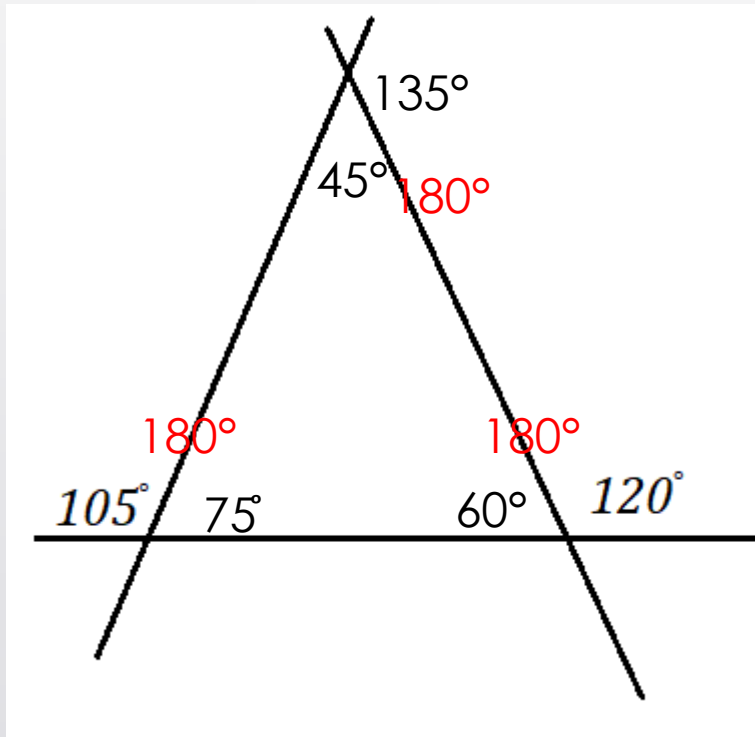
- $\alpha_1 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - (180^\circ - (\beta + \gamma)) =$   
 $= 180^\circ - 180^\circ + (\beta + \gamma) = \beta + \gamma$

Hasonló módon bizonyítjuk a többi külső szögre is a tételt.

$$\alpha_1 = \beta + \gamma \quad \beta_1 = \alpha + \gamma \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$



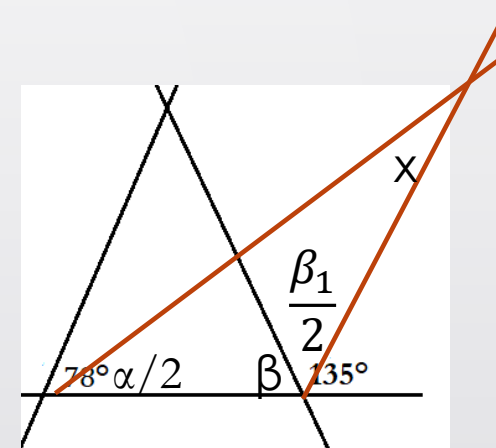
////////////////////////////////////  
A meglévő adatok alapján számítsd ki a hiányzó szögeket!



////////////////////////////////////

**Számítsuk ki a háromszög  $\alpha=78^\circ$  belső szögének, valamint a vele nem szomszédos  $\beta_1 = 135^\circ$  külső szögének felezői által alkotott szöget!**

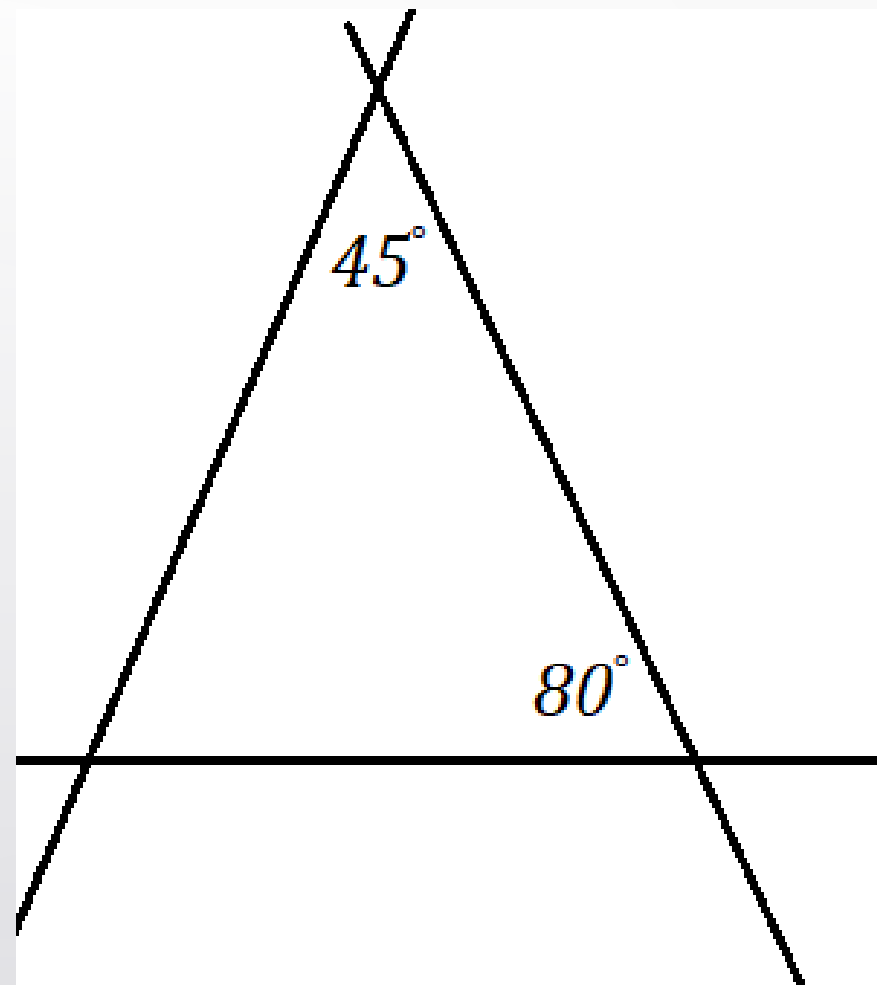
- $\alpha=78^\circ$                        $\frac{\alpha}{2} = 78^\circ:2 = 39^\circ$                       •  $X=179^\circ 60' - 151^\circ 30'$
- $\beta_1 = 135^\circ$                       •  $X= 28^\circ 30'$
- $\beta = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$
- $\frac{\beta_1}{2} = 135^\circ:2 = 67^\circ 30'$
- $X = 180^\circ - (\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\beta_1}{2})$
- $X = 180^\circ - (39^\circ + 45^\circ + 67^\circ 30')$
- $X = 180^\circ - 151^\circ 30'$





# Házi feladat

Számítsd ki a hiányzó szögeket!







Köszönöm  
a figyelmet!

