

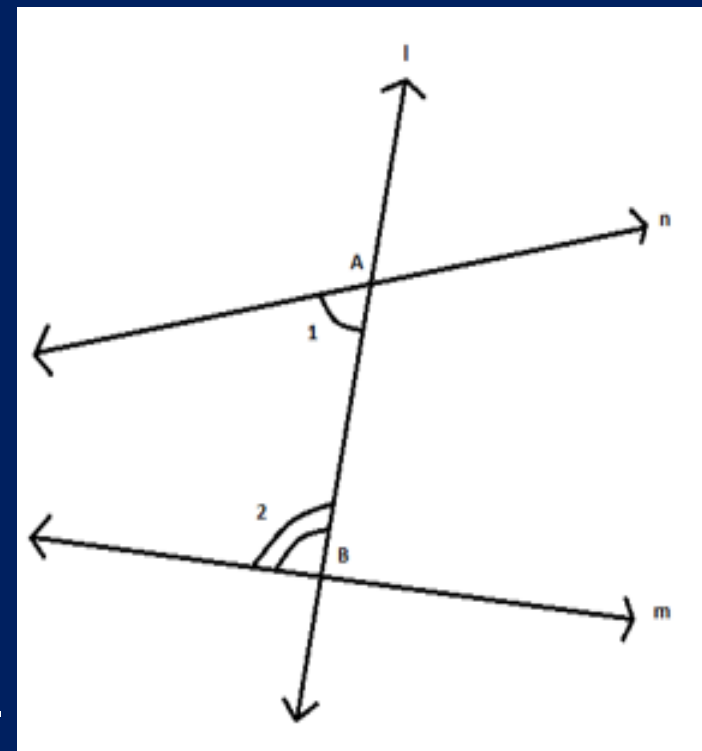
Matematika

a középiskolák első osztálya számára

NEMEUKLIDESZI GEOMETRIÁK

EUKLIDÉSZ POSZTULÁTUMAI

- 1. Követeltessék meg, hogy minden pontból minden ponthoz legyen egyenes húzható.
- 2. És hogy véges egyenes vonal egyenesben folytatólag meghosszabbítható legyen.
- 3. És hogy minden középponttal és távolsággal legyen kör rajzolható.
- 4. És hogy minden derékszög egymással egyenlő legyen.
- 5. És hogy ha két egyenest metsz egy egyenes úgy, hogy az egyik oldalon keletkező belső szögek (összegeben) két derékszögnél kisebbek, akkor a két egyenes végtelenül meghosszabbítva találkozzék azon az oldalon, amerre az (összegeben) két derékszögnél kisebb szögek vannak.



5.POSZTULÁTUMMAL EKVIVALENS ÁLLÍTÁSOK

- 1.Ha az ABCD négyszög BC élén lévő mindegyik szög derékszög, és AB és CD élek egybevágók, akkor a másik két csúcsnál lévő szöge is derékszög.

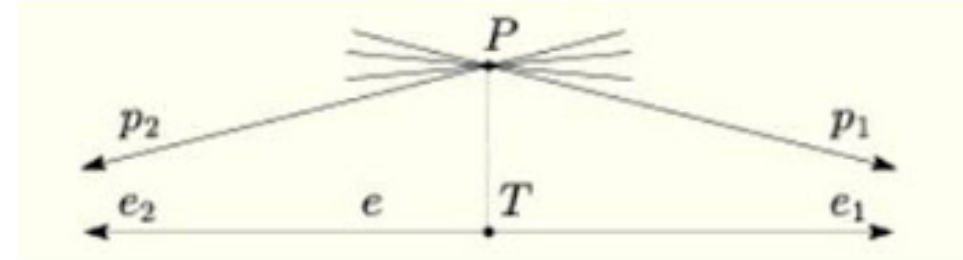
(Saccheri, olasz matematikus 1667-1733)

- 2.A hegyesszög egyik szárára merőleges egyenes metszi a másik szárát.
- 3.Minden háromszög köré szerkeszthető kör.
- 4.Ha egy négyszög három belső szöge derékszög, akkor a negyedik szöge is az.
(Lambert, francia matematikus, 1728-1777)
- 5.A háromszög belső szögeinek összege egyenlő az egyenesszöggel.

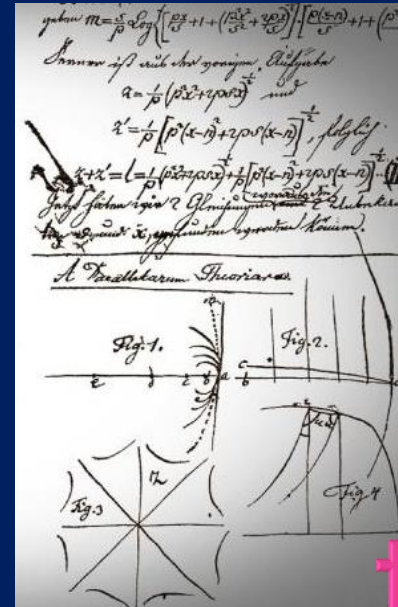
(Legendre, francia matematikus, 1752-1833)

- 6.Minden egyenesre és rajta kívül lévő pontra az általuk meghatározott síkban legfeljebb egy egyenes létezik, amely tartalmazza az adott pontot és diszjunkt az adott egyenessel. (Playfair, angol matematikus, 1748-1819)

BOLYAI-LOBACSEVSZKIJ AXIÓMA



- Ha az A pont nem illeszkedik e egyeneshez, akkor az általuk meghatározott síkban létezik legalább két egyenes, amely tartalmazza az A pontot, de nem metszi e egyenest



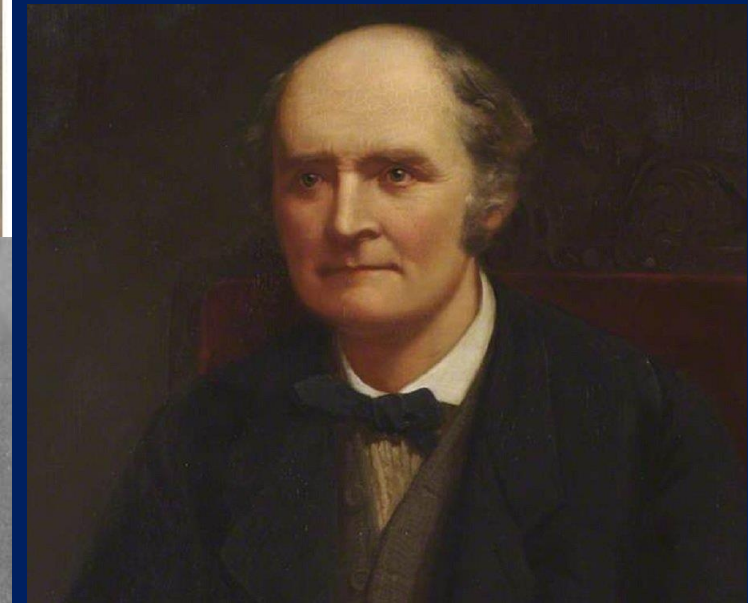
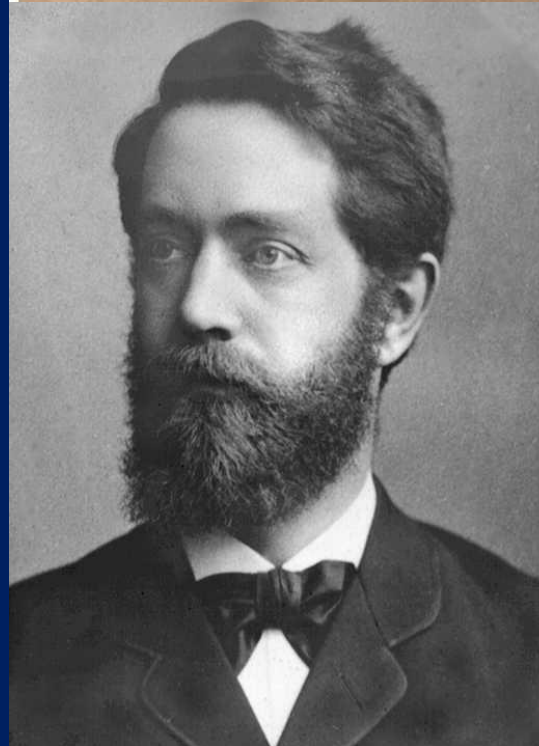
Semmiből
egy új, más
világot
teremtettem

- Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij (1792-1856) orosz matematikus
- Bolyai János (1802-1860) magyar matematikus

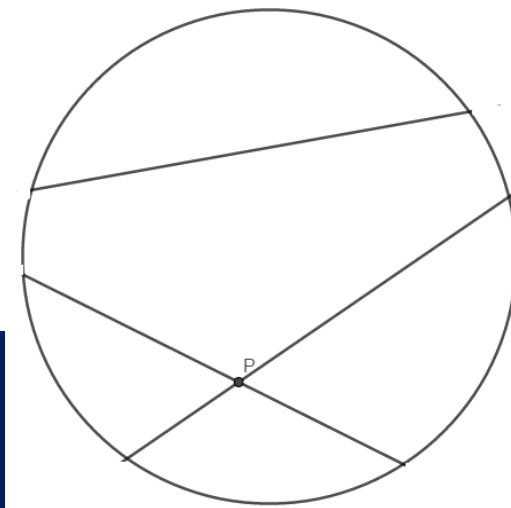
NEM EUKLIDESZI GEOMETRIKUS

MODELLJE

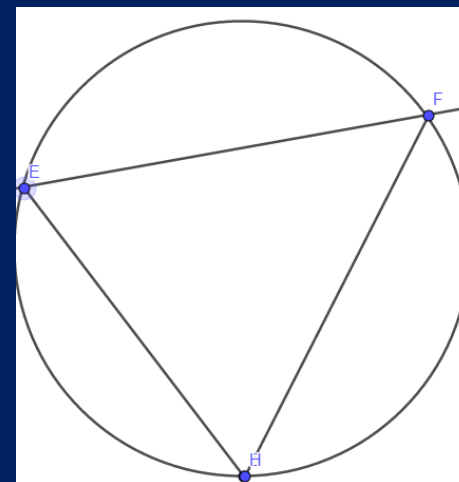
- Jules Henri Poincaré (1854-1912) francia matematikus, fizikus és filozófus
- Arthur Cayley (1821–1895) brit matematikus
- Felix Christian Klein (1849 – 1925) német matematikus



CAYLEY – KLEIN MODELL

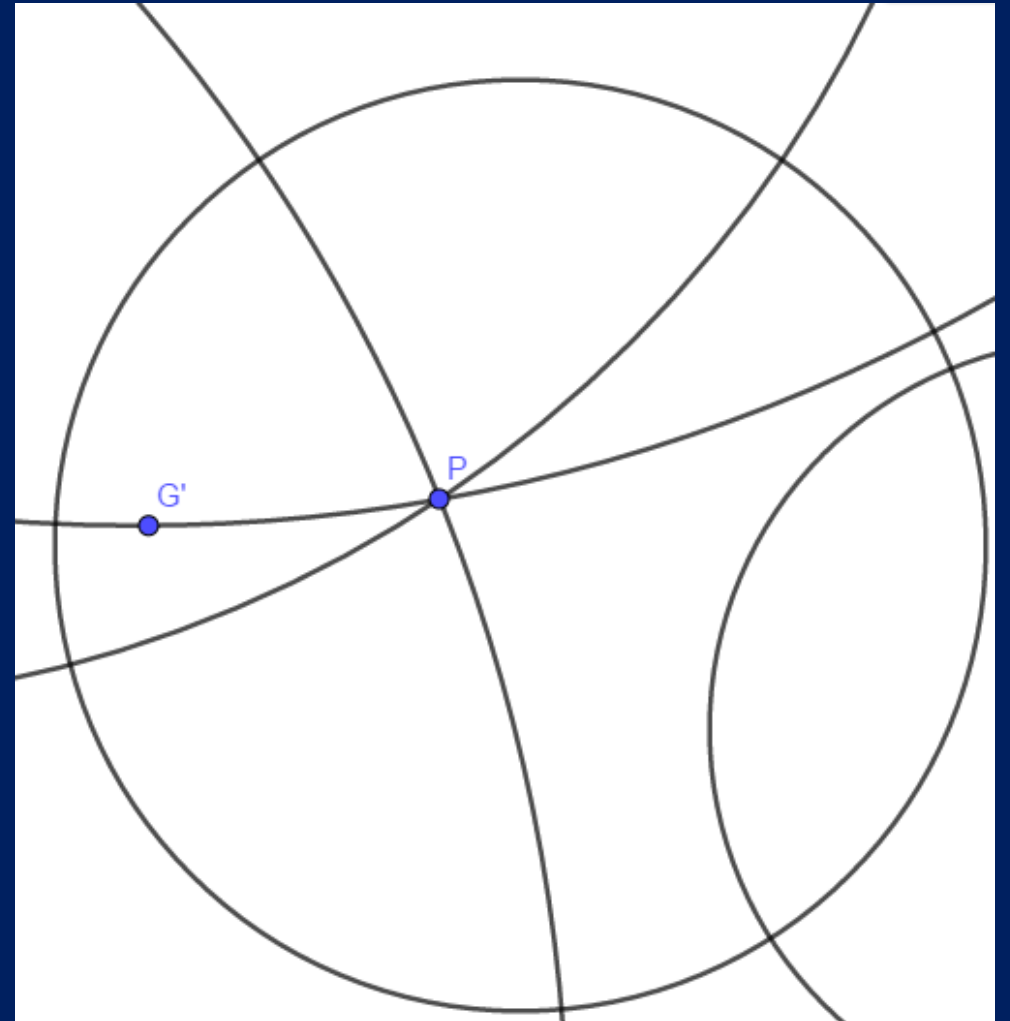


- Sík = a kör belső tartománya
- Pont = a kör belsejébe eső pont
- Egyenes = a kör húrja.
- Közvetlenül belátható, hogy az egyenesre vonatkozó posztulátumok, axiómák, a szakaszokra és szögekre vonatkozó alaptulajdonságok érvényesek, ha azokat az iménti értelmezéssel definiált elemekre vonatkoztatjuk.
- Az egyenesek kölcsönös helyzete lehet:
 - Metsző
 - Párhuzamos (elpattanók), ha az alapkörön metszik egymást
 - Ultrapárhuzamos (kitérők)
- Az alapkörbe írt háromszög bármely két oldala párhuzamos.
- De ez a modell nem szögtartó, csak egyenestartó.

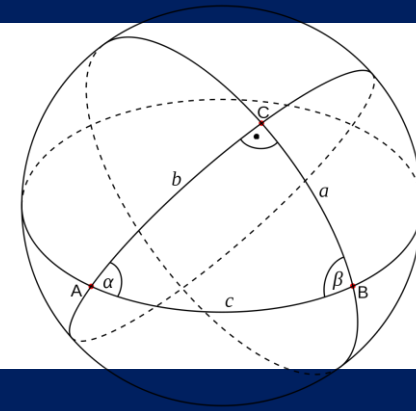


POINCARÉ – FÉLE KÖRMODELL

- A P-modellen a (hiperbolikus) síknak egy (az euklideszi síkban rajzolt) nyitott körlap felel meg, amelyhez eszerint a körlap pontjai nem tartoznak hozzá.
- Nevezzük a modellt meghatározó kört a P-modell $k(O, r)$ alapkörének. A hiperbolikus sík egyeneseinek a megfelelői az alapkört merőlegesen metsző köröknek az alapkör belsejébe eső ívei, illetve a k kör O pontra illeszkedő átmérőjei lesznek.
- Ez a modell nem egyenestartó, de szögtartó.

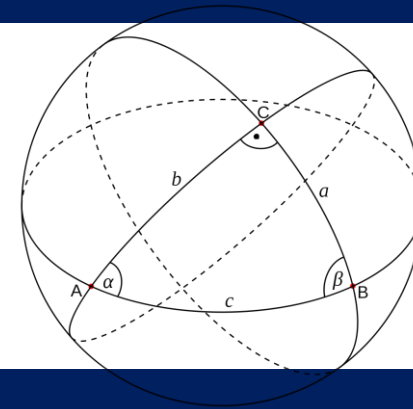


GÖMBI GEOMETRIA



- A gömbi geometria a geometria egy ágazata, ami a gömbfelületet írja le. Felfogható nemeuklideszi geometriaként is.
- Nem léteznek párhuzamos egyenesek a síkon.

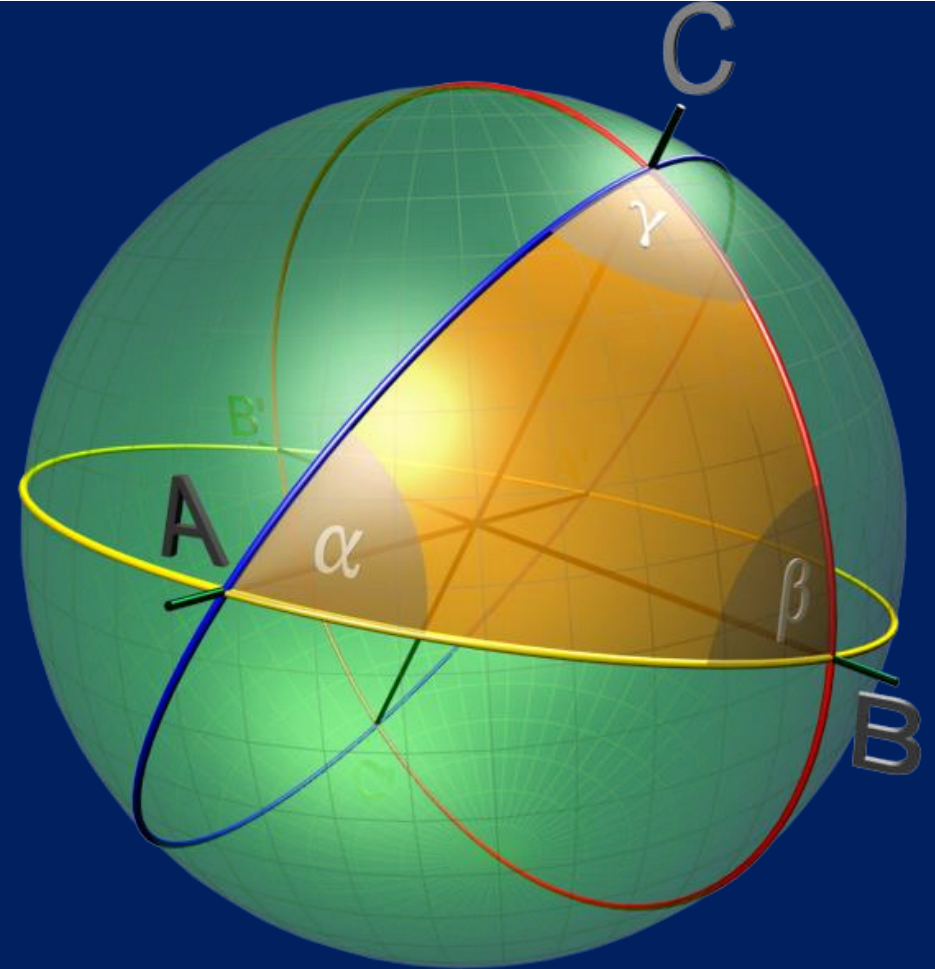
GÖMBI GEOMETRIA



- Tekintsünk egy egységsugarú gömböt. (Elegendő az egységsugarú gömbökkel foglalkoznunk, hiszen bármely két gömb hasonló.)
- A gömbök síkmetszetei körök, melyek közül azok a legnagyobbak, melyek síkja átmegy a gömb középpontján.
- A maximális sugarú körök a gömbön a főkörök. Tehát az euklideszi geometriában megjelenő egyenesek szerepét a gömbi geometriában a főkörök veszik át.
- Gömbi szakaszoknak nevezzük a gömb π -nél nem hosszabb főköríveit.
- Ha A és B a gömb két nem átellenes pontja, akkor az AOB sík kimetsz a gömbből egy főkört. Ennek az A és B közé eső rövidebb íve a két pontot összekötő egyetlen gömbi szakasz.
- Ha A és B átellenes pontok, akkor végtelen sok π hosszúságú gömbi szakasz köti össze őket.

GÖMBI GEOMETRIA

- Ha az A, B, C pontok nincsenek egy főkörön, akkor közülük semelyik kettő sem átellenes, így páronként egyértelműen meghatároznak egy-egy gömbi szakaszt.
- A három gömbi szakasz a gömböt két részre vágja.
- A két rész közül a kisebbiket nevezzük az ABC gömbháromszögnek.
- Az ABC gömbháromszög csúcsai az A, B, C pontok, oldalszakaszai az A, B, C pontokat páronként összekötő gömbi szakaszok.



LÉNÁRT-GÖMB

- <http://lenartgomb.hu/pdf/bevezeto.pdf>

Köszönöm a megtisztelő figyelmüket

*Ez a bemutató a nemeuklideszi
geometriákkal foglalkozott*