

Matematika

a középiskolák első osztálya számára

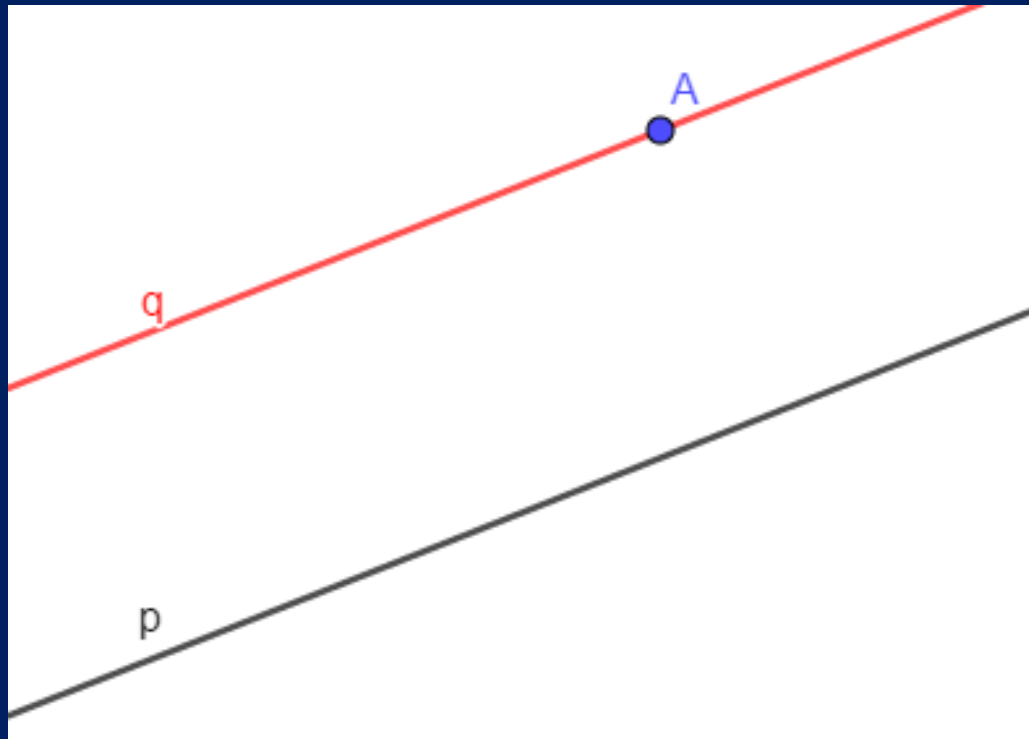
PÁRHUZAMOSSSÁG

?

- A következő kérdésre keressük a választ: ha egy p egyenes és rajta kívül lévő A pont meghatároz egy síkot, a síknak hány olyan egyenese van, amely tartalmazza az A pontot, de diszjunkt a p egyenessel?

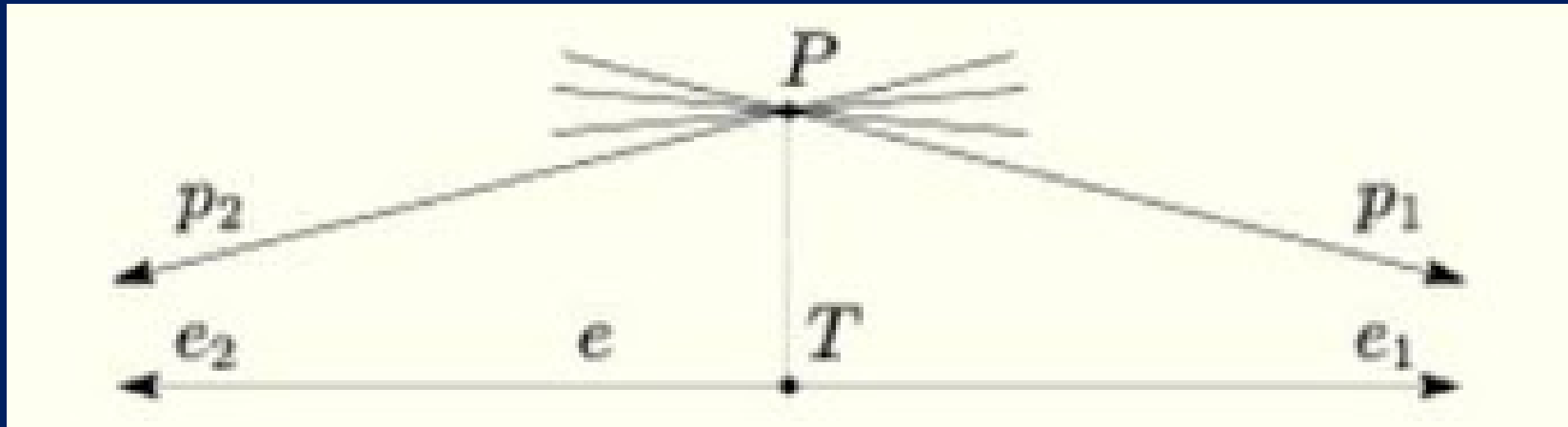
PLAYFAIR AXIÓMA:

- Ha az A pont nem illeszkedik a p egyeneshez, akkor az általuk meghatározott síkban pontosan egy egyenes létezik, amely tartalmazza az A pontot és nincs közös pontja a p egyenessel.



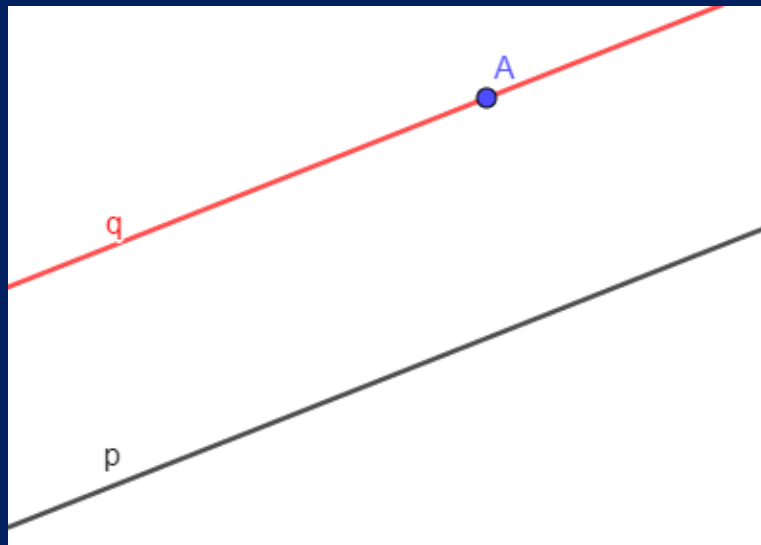
BOLYAI-LOBACSEVSZKI AXIÓMA

- Ha az A pont nem illeszkedik a p egyeneshez, akkor az általuk meghatározott síkban létezik legalább két egyenes, amely tartalmazza az A pontot, de nem metszi a p egyenest.



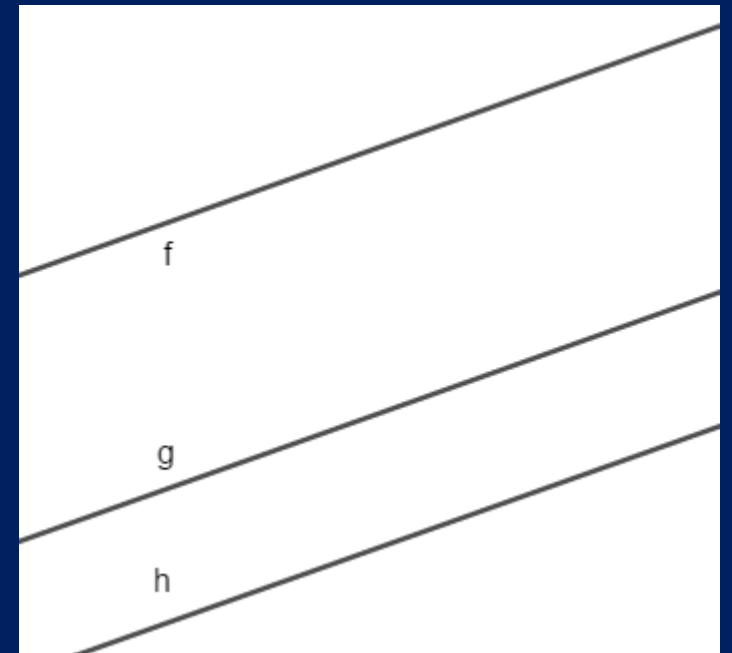
PÁRHUZAMOSSÁG AZ EUKLIDESZI GEOMETRIÁBAN

- **Definíció:** Két egyenes, p és q párhuzamos, jele $p \parallel q$, ha komplanárisak és diszjunktak, vagy $p=q$.
- Tétel: Minden A pontra és minden p egyenesre egyetlen olyan q egyenes létezik, hogy p párhuzamos a q egyenessel és q tartalmazza az A pontot.



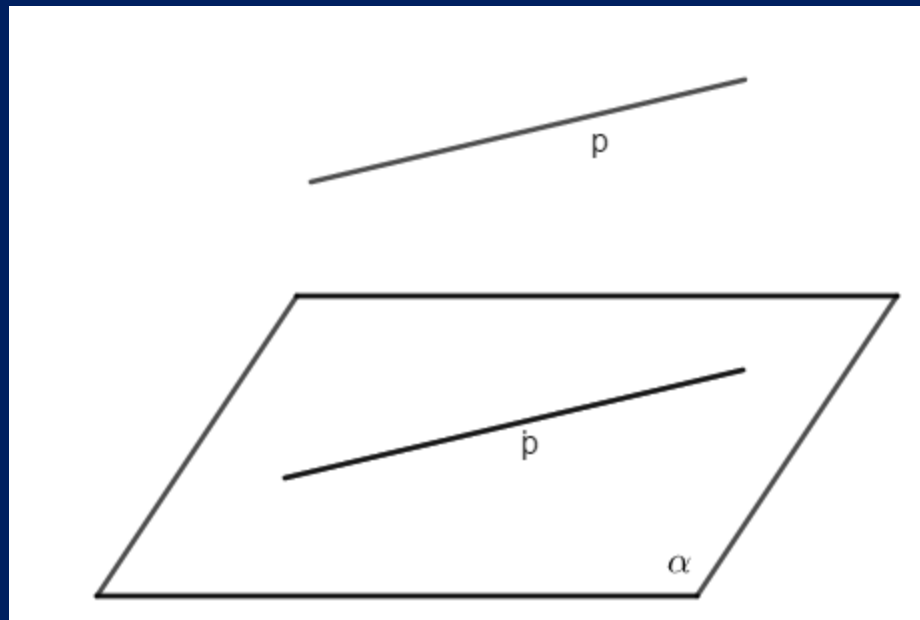
PÁRHUZAMOSSÁG

- Az egyenesek párhuzamossága ekvivalenciareláció
- Reflexív $f||f$
- Szimmetrikus $f||g \Rightarrow g||f$
- Tranzitív $f||g \wedge g||h \Rightarrow f||h$



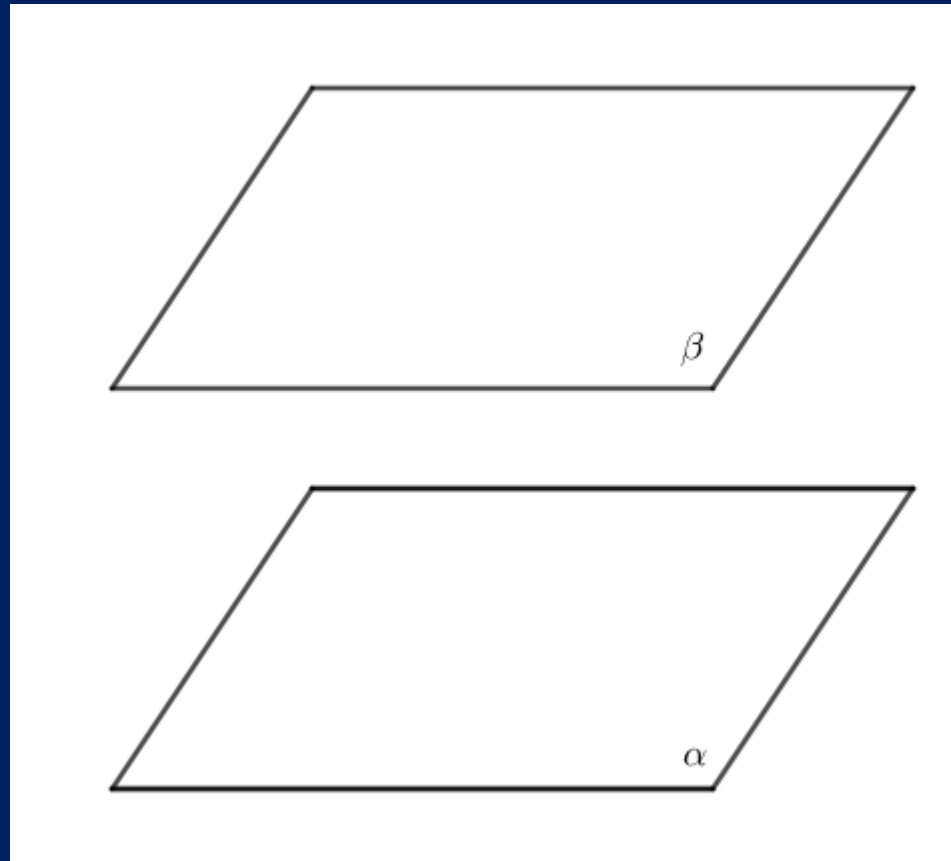
EGYENES ÉS SÍK

- **Definíció:** A p egyenes párhuzamos az α síkkal, jele $p \parallel \alpha$, ha $p \subset \alpha$, vagy $p \cap \alpha = \emptyset$.
- Ha $p \parallel \alpha$, akkor azt mondjuk, hogy a p egyenes és az α sík párhuzamosak, vagy α sík párhuzamos a p egyenessel, jele $\alpha \parallel p$.



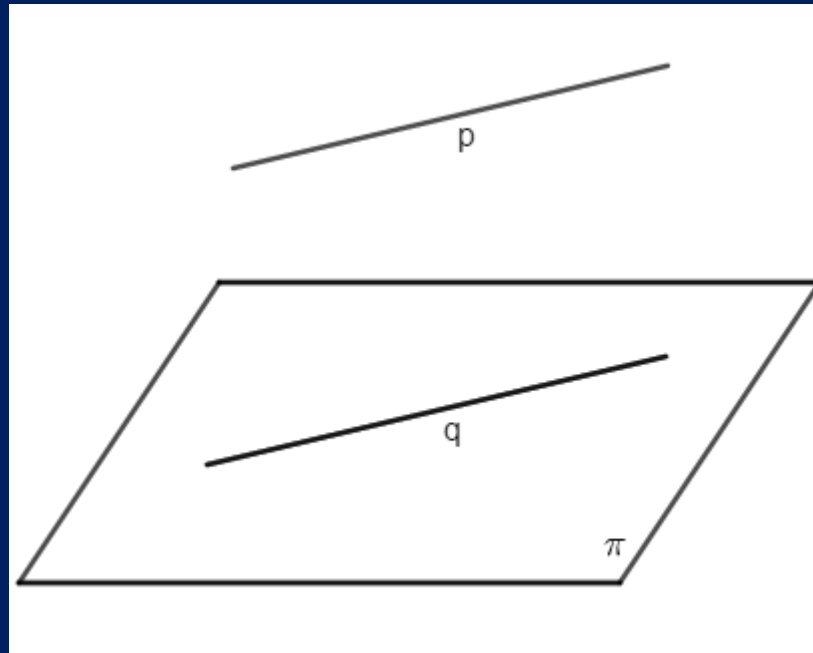
KÉT SÍK

- **Definíció:** Két sík, α és β párhuzamosak egymással, jele $\alpha \parallel \beta$, ha $\alpha = \beta$ vagy $\alpha \cap \beta = \emptyset$.



EGYENES ÉS SÍK

- **Tétel:** A p egyenes akkor és csak akkor párhuzamos a π síkkal, ha ebben a síkban létezik olyan egyenes, amely az adott p egyenessel párhuzamos



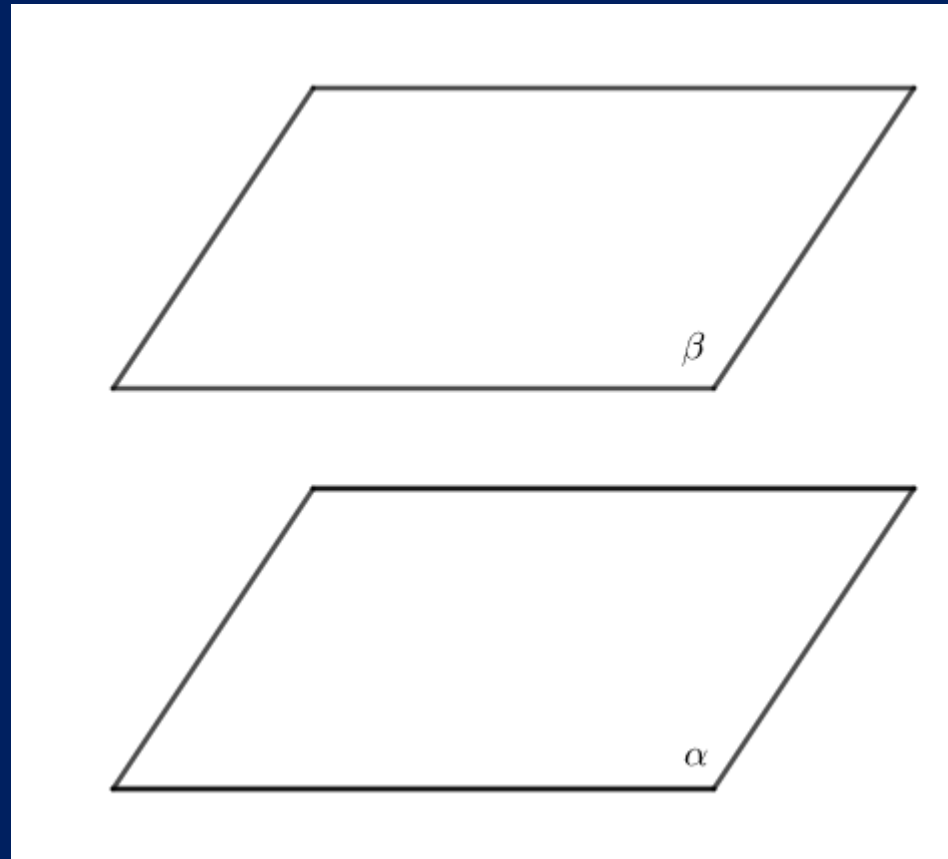
SÍKOK

Tétel: A síkok párhuzamossága ekvivalenciareláció.

Reflexív: $\alpha \parallel \alpha$

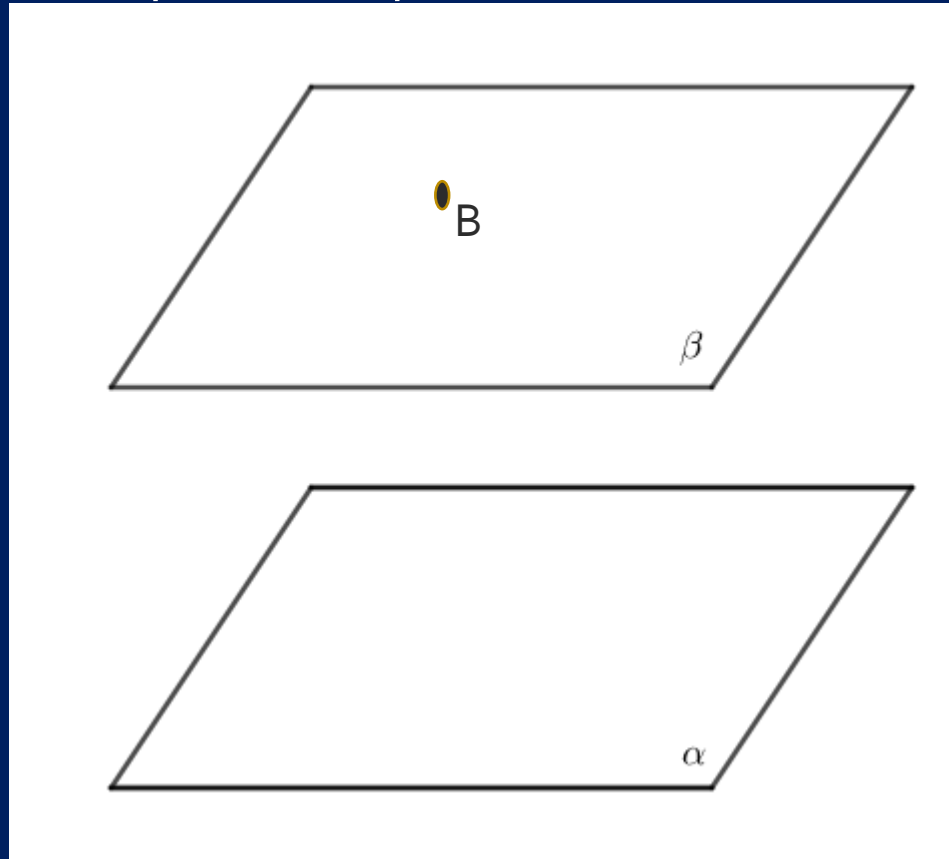
Szimmetrikus: $\alpha \parallel \beta \Rightarrow \beta \parallel \alpha$

Tranzitív: $\alpha \parallel \beta \wedge \beta \parallel \gamma \Rightarrow \alpha \parallel \gamma$



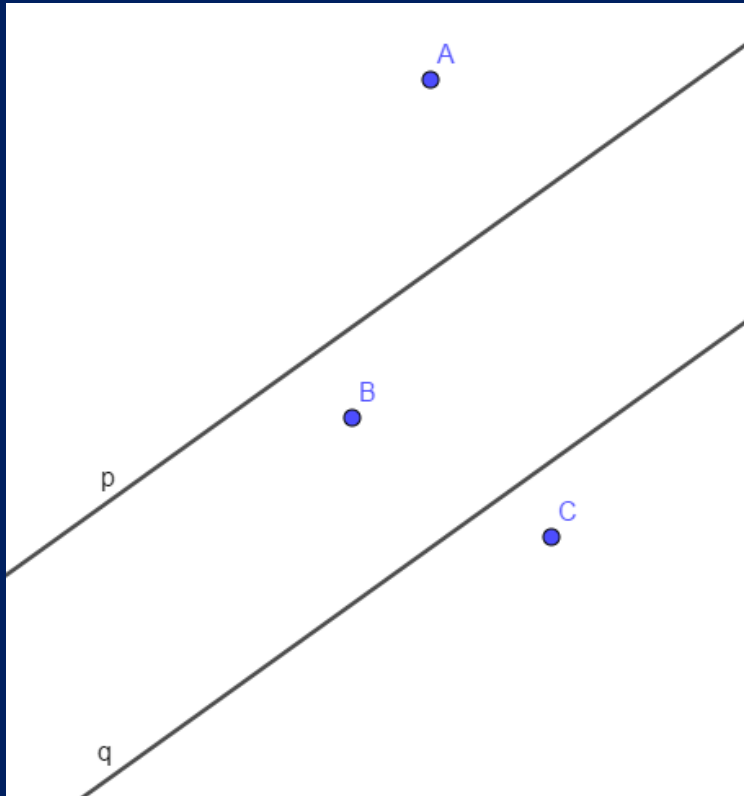
SÍKOK

- Tétel: Minden α síkhoz és bármely B ponthoz létezik pontosan egy sík, amely tartalmazza ezt a B pontot és párhuzamos az adott α síkkal.



1.FELADAT

- Adott a p és q két párhuzamos egyenes, és rajtuk kívül elhelyezkedő nem kollineáris A , B és C pontok. Hány síkot határoznak meg az adott pontok és egyenesek?



$$\alpha_1 = (p, q)$$

$$\alpha_2 = (p, A)$$

$$\alpha_3 = (p, B)$$

$$\alpha_4 = (p, C)$$

$$\alpha_5 = (q, A)$$

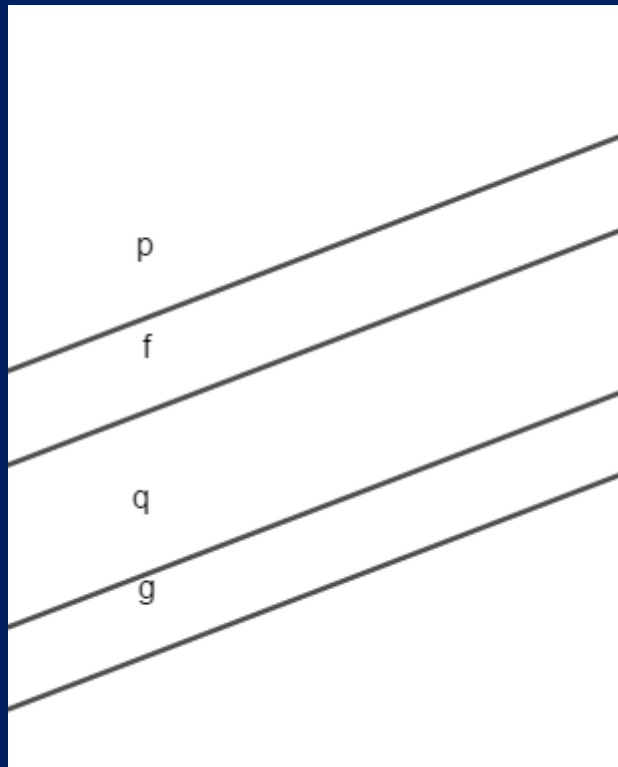
$$\alpha_6 = (q, B)$$

$$\alpha_7 = (q, C)$$

$$\alpha_8 = (A, B, C)$$

2. FELADAT

- Hány síkot határoz meg négy párhuzamos egyenes, ha közülük bármely három nem komplanáris



$$\alpha_1 = (p, f)$$

$$\alpha_2 = (p, q)$$

$$\alpha_3 = (p, g)$$

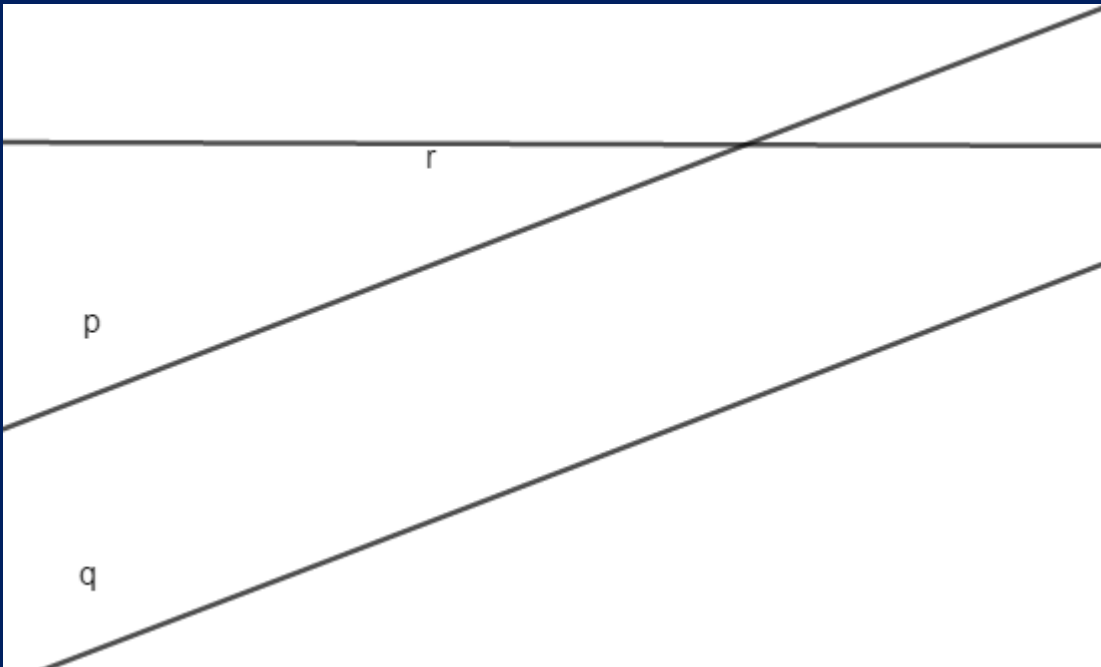
$$\alpha_4 = (f, q)$$

$$\alpha_5 = (f, g)$$

$$\alpha_6 = (g, q)$$

3.FELADAT

- Adott három egyenes, kettő párhuzamos, a harmadik metszi az első egyenest és kitérő a másodikkal. Hány síkot határoznak meg ezek az egyenesek?

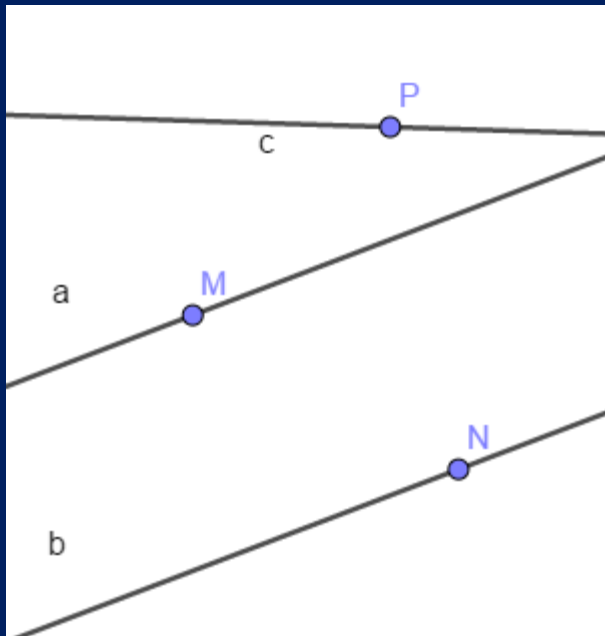


$$\alpha_1 = (p, q)$$

$$\alpha_2 = (p, r)$$

4.FELADAT

- Az a és b egyenesek egymással párhuzamosak, c egyenes velük kitérő. Ha M , N , P pontok illeszkednek rendre az adott egyenesekhez, akkor ezek az alakzatok legfeljebb hány síkot határozhatnak meg?



$$\alpha_1 = (a, b)$$

$$\alpha_2 = (M, P, N)$$

$$\alpha_3 = (a, P)$$

$$\alpha_4 = (b, P)$$

$$\alpha_5 = (c, M)$$

$$\alpha_6 = (c, N)$$

Miért nincs $\alpha_{..} = (a, N)$?

Köszönöm a megtisztelő figyelmüket

Ez a bemutató a párhuzamosság

fogalmát tárgyalta