ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

(1) $\boxed{A-B=A+(-B)}$

(2) $\boxed{A:B=A\cdot\left(\dfrac{1}{B}\right)}$

(3) $\boxed{A+B=B+A}$ (az összeadás kommutatív tulajdonsága)

$\boxed{A\cdot B=B\cdot A}$ (a szorzás kommutatív tulajdonsága)

(4) $\boxed{(A+B)+C=A+(B+C)}$ (az összeadás asszociatív tulajdonsága)

$\boxed{(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)}$ (a szorzás asszociatív tulajdonsága)

(5) $\boxed{A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C}$ (a szorzás disztributív törvénye az összeadásra nézve)

$\boxed{(A+B)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C}$ (az összeadás disztributív törvénye a szorzásra nézve)

(6) $$\boxed{\begin{aligned}(A+B)^2&=A^2+2AB+B^2\\(A-B)^2&=A^2-2AB+B^2\end{aligned}}$$ (binom négyzete)

(7) $$\boxed{\begin{aligned}(A+B)^3&=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3\\(A-B)^3&=A^3-3A^2B+3AB^2-B^3\end{aligned}}$$ (binom köbe)

(8) $\boxed{A^2-B^2=(A-B)(A+B)}$

(9) $\boxed{A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)}$ (köbök összege)

(10) $\boxed{A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)}$ (köbök különbsége)

(11) $\boxed{A^4-B^4=(A-B)(A+B)(A^2+B^2)}$

HATVÁNYOZÁSI SZABÁLYOK

$$\boxed{a^n} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tényező}}$$

$\boxed{a^n} \rightarrow$ hatvány

$\boxed{a} \rightarrow$ hatványalap

$\boxed{n} \rightarrow$ hatványkitevő

(1) $\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$ (azonos alapú hatványok szorzása)

(2) $\boxed{a^n : a^m = \dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$ (azonos alapú hatványok osztása)

(3) $\boxed{\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}}$ (hatvány hatványa)

(4) $\boxed{a^0 = 1}$ $\forall a \neq 0$

(5) $\boxed{a^{-n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n = \dfrac{1}{a^n}}$ (átalakátás negatív kitevőjű hatványról pozitív kitevőjűvé)

(6)

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ (azonos kitevőjű hatványok szorzása)

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ (a szorzat hatványa)

(7)

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ (azonos alapú hatványok osztása)

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ (hányados hatványozása)

MŰVELET A GYÖKÖKKEL

$\boxed{\sqrt[n]{a} = x \overset{def}{\Leftrightarrow} x^n = a}$ (a gyök fogalma)

(1) $\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$ (azonos kitevőjű gyökök szorzása)

$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$ (a szorzat gyöke)

(2) $\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$ (azonos kitevőjű gyökök osztása)

$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$ (a hányados gyöke)

(3) $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}}$ (a gyök gyöke)

(4) $\boxed{\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}}$ (gyökkitevők egyszerűsítése és bővítése)

(5) $\boxed{\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}}$ (a gyök átalakítása törtkitevőjű hatvánnyá)

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK

$\boxed{Ax^2+Bx+C=0}$

kanonikus alakja:

$\boxed{A(x-\alpha)^2+\beta=0}$

ahol $\boxed{\alpha=\left(-\frac{B}{2A}\right)}$ és $\boxed{\beta=-\frac{B^2-4AC}{4A}}$

megoldható:

$\boxed{x_{1,2}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}}$

Az $\boxed{x_1}$ és $\boxed{x_2}$ számokat az egyenlet megoldásainak vagy gyökeinek hívjuk.

A $\boxed{B^2-4AC}$ kifejezés az egyenlet diszkriminánsa, melyet D-vel jelölünk:

$\boxed{D=B^2-4AC}$

Ha $\boxed{D>0}$ akkor az $\boxed{x_1}$ és $\boxed{x_2}$ megoldások különböző valós számok.

Ha $\boxed{D=0}$ akkor az $\boxed{x_1}$ és $\boxed{x_2}$ megoldások egyforma valós számok.

Ha $\boxed{D<0}$ akkor az $\boxed{x_1}$ és $\boxed{x_2}$ megoldások konjugált komplex számok.

Az $\boxed{Ax^2+Bx+C}$ másodfokú trinom tényezős alakja:

$\boxed{Ax^2+Bx+C=A(x-x_1)(x-x_2)}$

VIÉTE KÉPLETEK

Az $\boxed{Ax^2+Bx+C=0}$ egyenletre érvényesek a Viéte képletek:

$\boxed{x_1+x_2=\left(-\frac{B}{A}\right)}$

$\boxed{x_1\cdot x_2=\frac{C}{A}}$

Ha az $\boxed{Ax^2+Bx+C=0}$ egyenletet elosztjuk A-val:

$Ax^2+Bx+C=0/:A$

$x^2+\left(\frac{B}{A}\right)\cdot x+\left(\frac{C}{A}\right)=0$

Felhasználva a $\boxed{p=\frac{B}{A}}$ és $\boxed{q=\frac{C}{A}}$ helyettesítéseket:

$\boxed{x^2+px+q=0}$ melyre érvényesek a Viéte képletek:

$\boxed{x_1+x_2=(-p)}$

$\boxed{x_1\cdot x_2=q}$

LOGARITMUSOK

A logaritmus definíciója:

$$\boxed{\log_a b = x} \overset{def}{\Longleftrightarrow} \boxed{a^x = b} \quad \left(a > 0 \ \wedge \ a \neq 1 \ \wedge \ b > 0\right)$$

Abban az esetben, ha:

a logaritmus alapja 10 tízes alapú logaritmusnak hívjuk és logb-vel jelöljük, azaz

$$\boxed{\log b \equiv \log_{10} b}$$

Azonban ha az alap az e szám, $\boxed{e \approx 2{,}71828182845904523536028747135 27\ldots}$ azaz $\boxed{e \approx 2{,}72}$, akkor a logaritmust természetes alapú logaritmusnak hívjuk és ln b-vel jelöljük:

$$\boxed{\ln b \equiv \log_e b}$$

A logaritmus tulajdonságai:

(1) $\boxed{a^{\log_a b} = b}$

(2) $\boxed{\log_a \left(a^c\right) = c}$

(3) $\boxed{\log_a \left(b_1 \cdot b_2\right) = \log_a b_1 + \log_a b_2}$ (a szorzat logaritmusa)

(4) $\boxed{\log_a \left(\frac{b_1}{b_2}\right) = \log_a b_1 - \log_a b_2}$ (a hányados logaritmusa)

(5) $\boxed{\log_a \left(b^n\right) = n \cdot \log_a b}$ (a hatvány logaritmusa)

(6) $\boxed{\log_a 1 = 0}$

(7) $\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$ (logaritmusalap a-ról c-re alakítása)

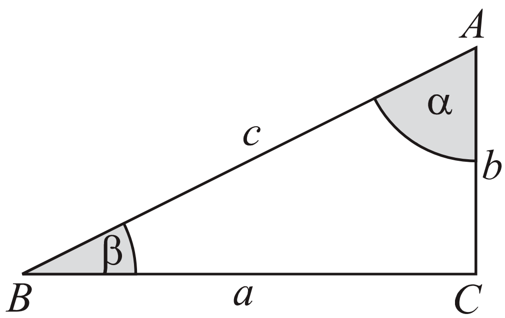
[a (7) tulajdonság alapján az alábbiakat kaphatjuk:]

(8) $\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$

(9) $\boxed{\log_a b = -\log_{\left(\frac{1}{a}\right)} b}$

TRIGONOMETRIA

A derékszögű háromszög hegyesszögeinek a szögfüggvényei



$\boxed{\alpha+\beta=90°}$ (α és β pótszögek)

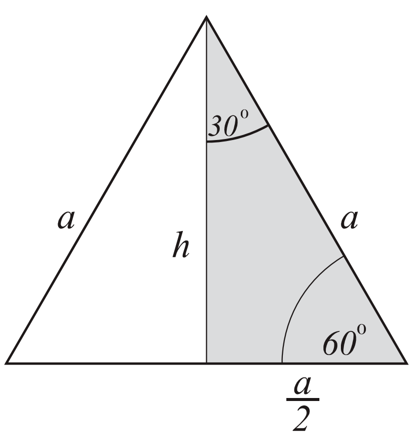
$$\sin\alpha=\boxed{\frac{a}{c}}=\cos\beta$$

$$\cos\alpha=\boxed{\frac{b}{c}}=\sin\beta$$

$$tg\alpha=\boxed{\frac{a}{b}}=ctg\beta$$

$$ctg\alpha=\boxed{\frac{b}{a}}=tg\beta$$

Nevezetes szögek szögfüggvényei:



$$\boxed{h=\frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

$$\sin 30°=\frac{\left(\frac{\cancel{a}}{2}\right)}{\cancel{a}}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{\sin 30°=\frac{1}{2}}\Rightarrow\boxed{\cos 60°=\frac{1}{2}}$$

$$\cos 30°=\frac{h}{a}=\frac{\frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{2}}{\cancel{a}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

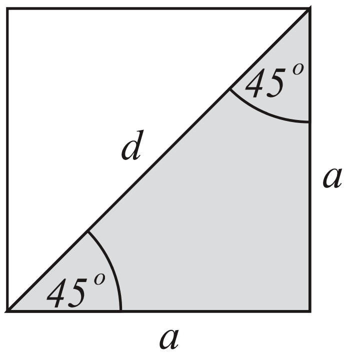
$$\boxed{\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow\boxed{\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$tg30°=\frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{h}=\frac{\frac{\cancel{a}}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{\cancel{2}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\boxed{tg30°=\frac{\sqrt{3}}{3}}\Rightarrow\boxed{ctg60°=\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$ctg30°=\frac{h}{\left(\frac{a}{2}\right)}=\frac{\frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{a}}{\cancel{2}}}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\boxed{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{ctg30°=\sqrt{3}}\Rightarrow\boxed{tg60°=\sqrt{3}}$$



$$\boxed{d = a\sqrt{2}}$$

$$\sin 45° = \frac{a}{d} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\boxed{\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$tg 45° = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}} = \boxed{1}$$

$$\boxed{tg 45° = 1} \Rightarrow \boxed{ctg 45° = 1}$$

A fent kapott eredmények alapján megszerkeszthetjük a 30, 45 és 60 fokos szögek szögfüggvényeinek a táblázatát:

α	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Alapvető trigonometrikus azonosságok

$$(1)\qquad \boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha} \\ \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha} \end{cases}$$

$$(2)\qquad \boxed{tg\alpha\cdot ctg\alpha=1} \Rightarrow \begin{cases} tg\alpha=\dfrac{1}{ctg\alpha} \\ ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha} \end{cases}$$

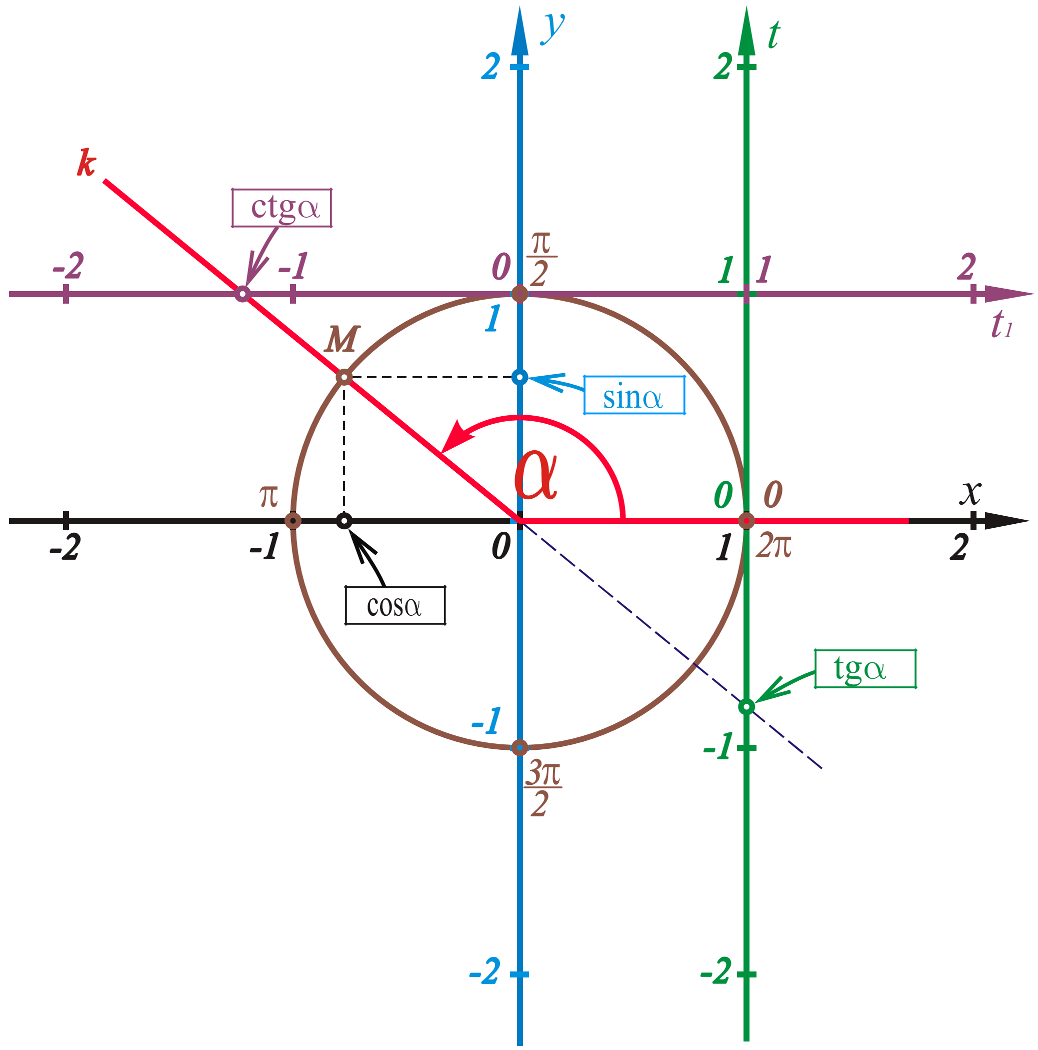
$$(3)\qquad \boxed{tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$

Az (1) és a (3) azonosság alapján kapjuk az alábbi azonosságokat:

$$(4)\qquad \boxed{\sin\alpha=\pm\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}}$$

$$(5)\qquad \boxed{\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}}$$

A trigonometrikus (egységsugarú) kör



Az $\boxed{\alpha}$ *szög színuszát az y-tengelyen olvassuk le!*

(Az M pont merőleges vetülete az y-tengelyre)

Az $\boxed{\alpha}$ *szög koszinuszát az x-tengelyen olvassuk le!*

(Az M pont merőleges vetülete az x-tengelyre!)

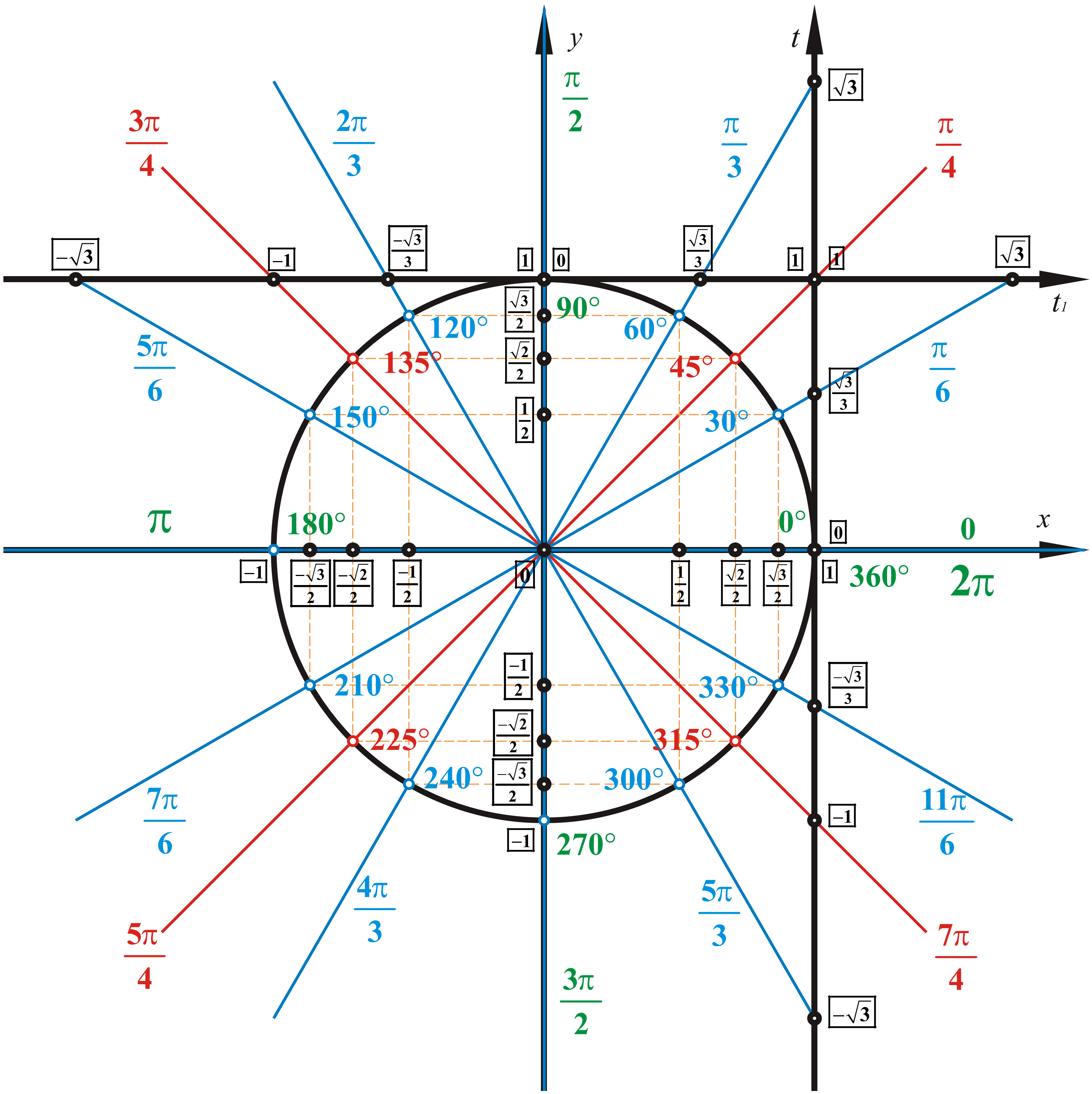
Az $\boxed{\alpha}$ *szög tangensét a t tangenstengelyen olvassuk le!*

(a k szögszár hordozóegyenesének és a t tengelynek a metszete)

Az $\boxed{\alpha}$ *szög kotangensét a kotangenstengelyen olvassuk le!*

(a k szögszár hordozóegyenesének és a t_1 *tengelynek a metszete)*

Egyes nevezetes szögek, valamint azok szögfüggvényértékeik láthatóak az alábbi trigonometrikus körön:



A trigonometrikus kör leolvasása után az alábbi trigonometrikus függvényértékek táblázatát kaphatjuk:

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Addíciós képletek

(1)
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$$

(2)
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

(3)
$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$
$$g(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$$

(4)
$$ctg(\alpha+\beta)=\frac{ctg\alpha\cdot ctg\beta-1}{ctg\beta+ctg\alpha}$$
$$ctg(\alpha-\beta)=\frac{ctg\alpha\cdot ctg\beta+1}{ctg\beta-ctg\alpha}$$

Kétszeres szögek szögfüggvényei

(1)
$$\sin(2\alpha)=2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

(2)
$$\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

(3)
$$tg(2\alpha)=\frac{2\cdot tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

(4)
$$ctg(2\alpha)=\frac{ctg^2\alpha-1}{2\cdot ctg\alpha}$$

Félszögek szögfüggvényei

(1) $$\boxed{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}}$$

(2) $$\boxed{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}}$$

(3) $$\boxed{tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}}$$

(4) $$\boxed{ctg\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}}$$

Összeg és különbség szorzattá alakítása

(1) $$\boxed{\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

(2) $$\boxed{\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

(3) $$\boxed{\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

(4) $$\boxed{\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

A szorzat összeggé és különbséggé alakítása

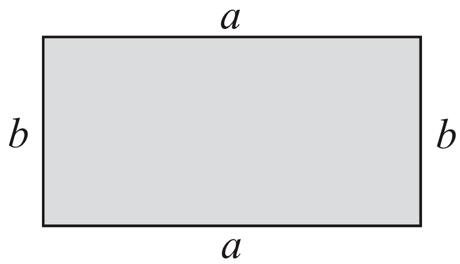
$$(1) \qquad \boxed{\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} \cdot \left[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \right]}$$

$$(2) \qquad \boxed{\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2} \cdot \left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \right]}$$

$$(3) \qquad \boxed{\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} \cdot \left[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) \right]}$$

SÍKBELI ALAKZATOK TERÜLETE ÉS KERÜLETE

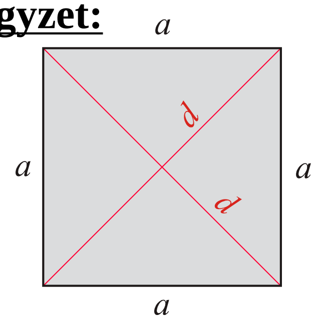
(1) **Téglalap:**



$\boxed{T = a \cdot b}$

$\boxed{K = 2a + 2b}$

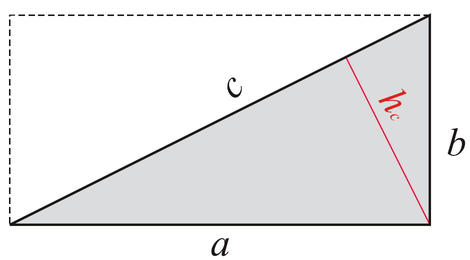
(2) **Négyzet:**



$\boxed{T = a^2}$ vagy $\boxed{T = \frac{d^2}{2}}$

$\boxed{K = 4a}$

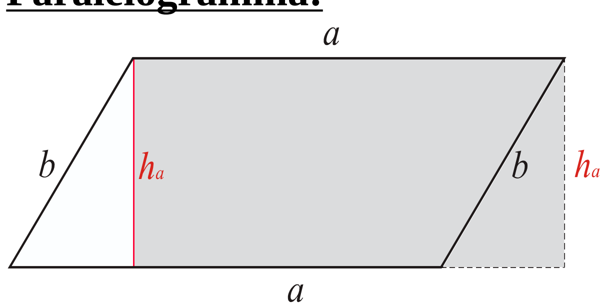
(3) **Derékszögű háromszög:**



$\boxed{T = \frac{a \cdot b}{2}}$ vagy $\boxed{T = \frac{c \cdot h_c}{2}}$

$\boxed{K = a + b + c}$

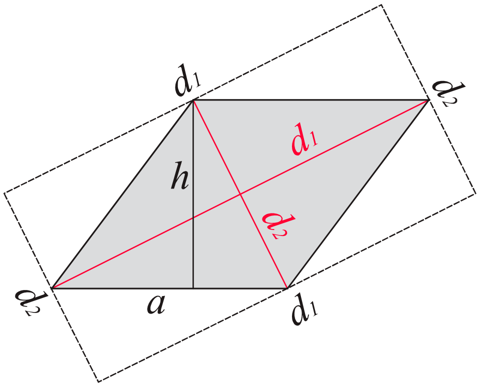
(4) **Paralelogramma:**



$\boxed{T = a \cdot h_a}$ vagy $\boxed{T = b \cdot h_b}$

$\boxed{K = 2a + 2b}$

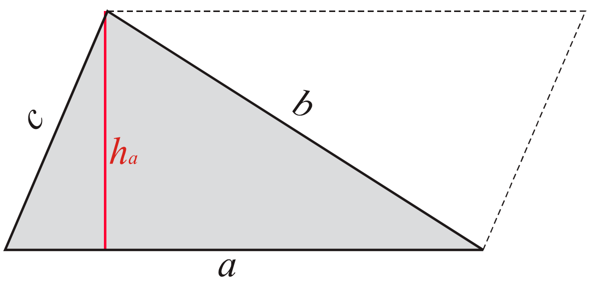
(5) **Rombusz:**



$\boxed{T = a \cdot h}$ vagy $\boxed{T = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}}$

$\boxed{K = 4a}$

(6) **Általános háromszög:**



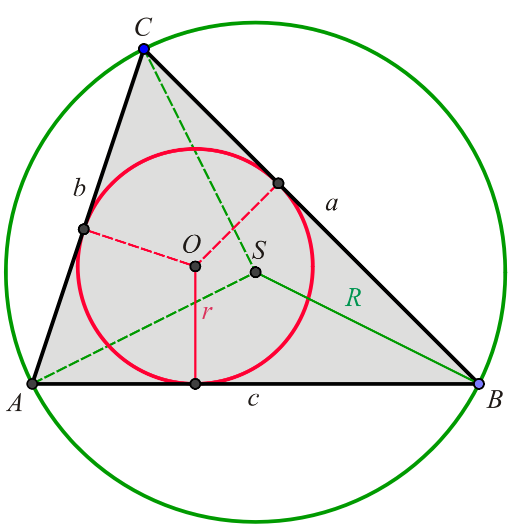
$\boxed{T = \dfrac{a \cdot h_a}{2} = \dfrac{b \cdot h_b}{2} = \dfrac{c \cdot h_c}{2}}$

$\boxed{K = a + b + c}$

Héron képlet:

$\boxed{T = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}}$

ahol: $s = \dfrac{a+b+c}{2}$ FÉLKERÜLET



$\boxed{T = r \cdot s}$

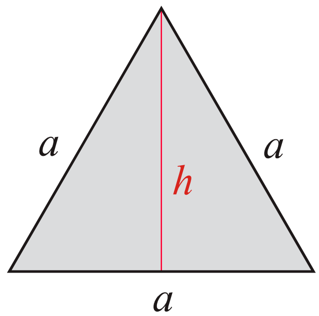
r - beírható kör középpontja

s - félkerület

$\boxed{T = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4R}}$

R - körülírható kör középpontja

(7) **Egyenlőoldalú (szabályos) háromszög:**



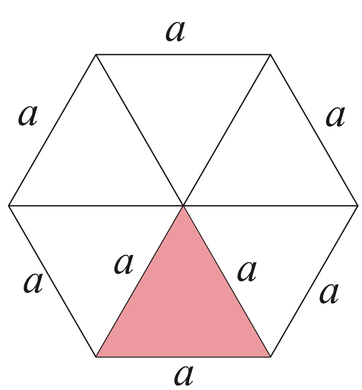
$$\boxed{h=\frac{a\sqrt{3}}{2}}$$ (a háromszög magassága)

$$T=\frac{a\cdot h}{2}=\frac{a}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{T=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$$

$$\boxed{K=3a}$$

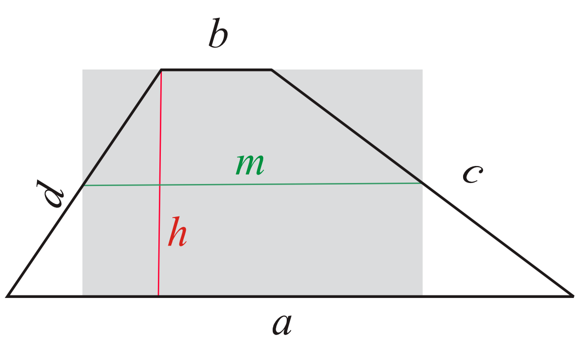
(8) **Szabályos hatszög:**



$$\boxed{T=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$$

$$\boxed{K=6a}$$

(9) **Trapéz:**



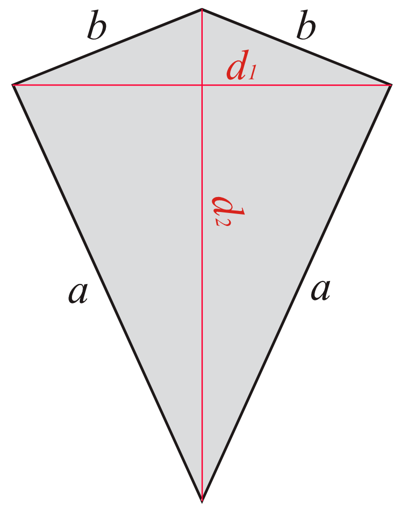
$$\boxed{m=\frac{a+b}{2}}$$ (a trapéz középvonala)

$$T=m\cdot h$$

$$\boxed{T=\frac{a+b}{2}\cdot h}$$

$$\boxed{K=a+b+c+d}$$

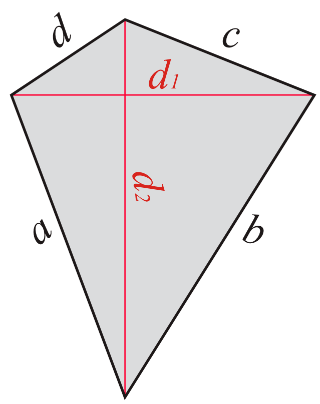
(10) **Deltoid:**



$$\boxed{T = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}}$$

$$\boxed{K = 2a + 2b}$$

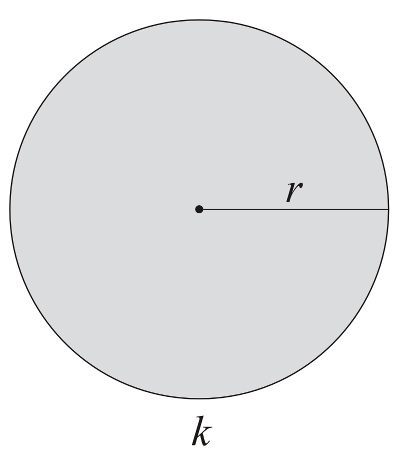
(11) **Merőleges átlójú négyszög:**



$$\boxed{T = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}}$$

$$\boxed{K = a + b + c + d}$$

(12) **Kör:**

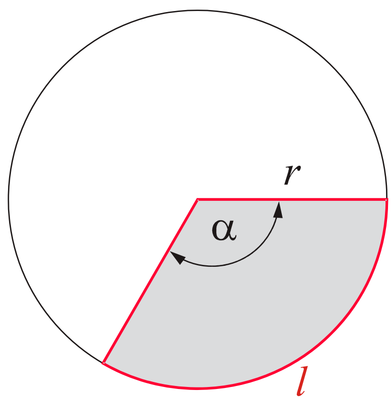


$\boxed{T = r^2\pi}$ (a kör területe)

$\boxed{K = 2r\pi}$ (a kör kerülete)

(12.1) **A KÖR RÉSZEI:**

A körcikk:



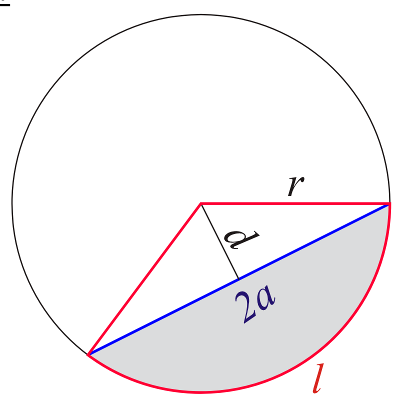
$\boxed{l = \frac{r\pi \cdot \alpha}{180°}}$ (a körív hossza)

$\boxed{T = \frac{r^2\pi \cdot \alpha}{360°}}$ (a körcikk területe)

vagy

$\boxed{T = \frac{r \cdot l}{2}}$ (a körcikk területe)

A körszelet:



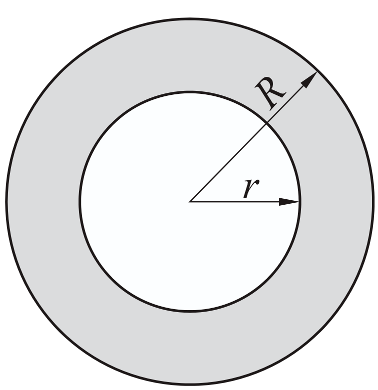
$\boxed{T = T_i - T_\Delta}$

$$T = \frac{r^2\pi \cdot \alpha}{360°} \quad \text{vagy} \quad T = \frac{r \cdot l}{2}$$

$$T_\Delta = \frac{2a \cdot d}{2} = a \cdot d$$

$\boxed{K = l + 2a}$

A körgyűrű:



$\boxed{T = T_R - T_r}$

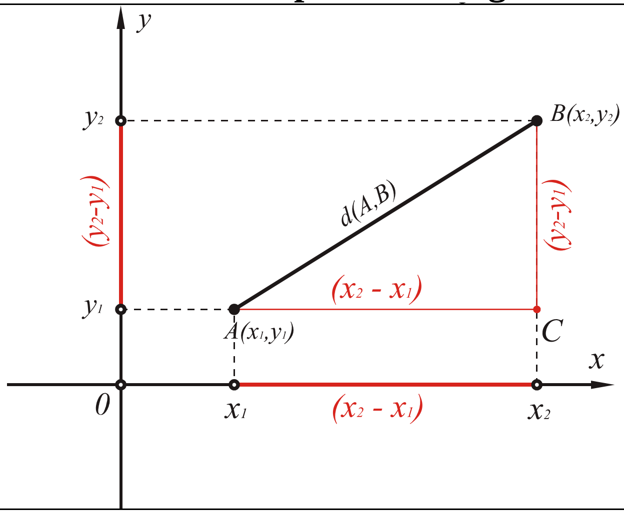
$\boxed{T = R^2\pi - r^2\pi = \pi\left(R^2 - r^2\right)}$

$\boxed{K = K_R + K_r}$

$\boxed{K = 2R\pi + 2r\pi = 2\pi\left(R + r\right)}$

ANALITIKUS GEOMETRIA

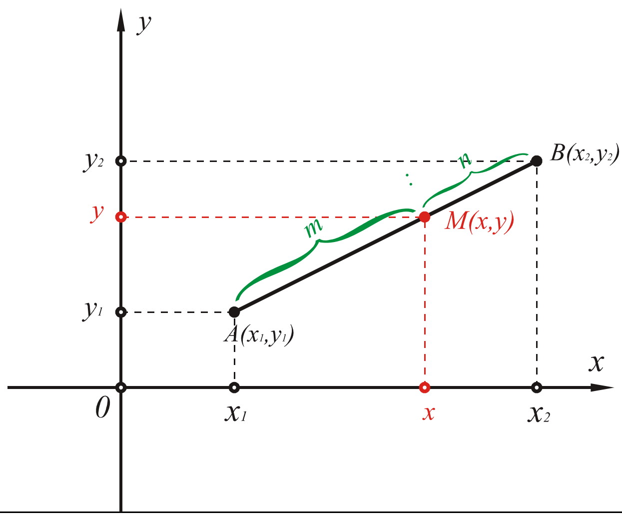
Két pont távolsága - a szakasz hossza



$\boxed{d(A,B) \equiv |AB|}$ (az A és B pont távolsága)

$$\boxed{d(A,B) \equiv |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

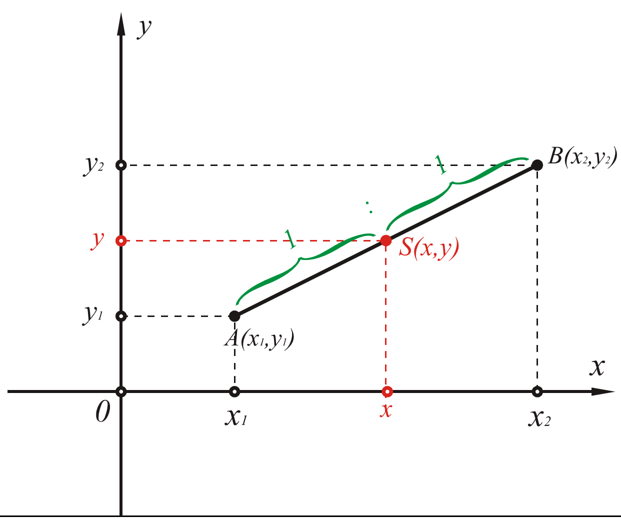
Szakaszok arányos felosztása (m : n)



$$\left.\begin{array}{l} \boxed{x = \dfrac{m \cdot x_2 + n \cdot x_1}{m+n}} \\ \boxed{y = \dfrac{m \cdot y_2 + n \cdot y_1}{m+n}} \end{array}\right\}$$

(az osztópontok koordinátái)

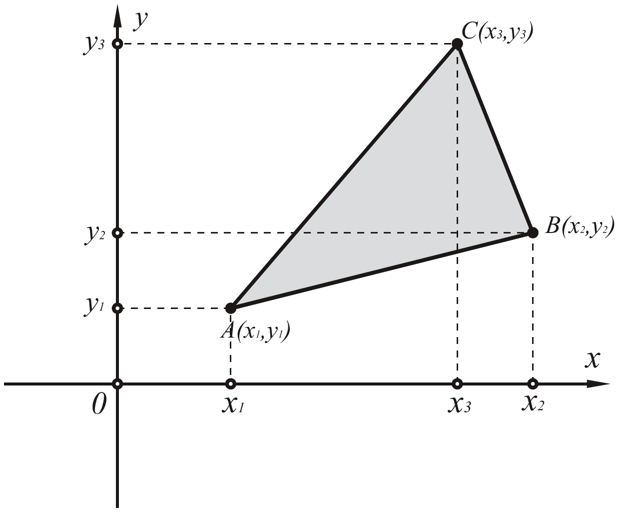
Abban az esetben, ha az arány $(m:n=1:1)$ azaz az S(x,y) osztópont az AB oldal felezőpontja akkor az S koordinátáit az alábbi képletek segítségével számolhatjuk ki:



$$\left.\begin{array}{l} \boxed{x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}} \\ \boxed{y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}} \end{array}\right\}$$

(a felezőpont koordinátái)

A HÁROMSZÖG TERÜLETE

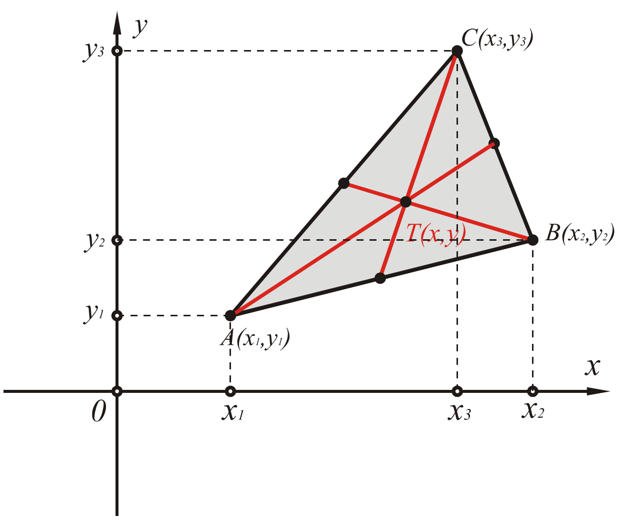


$$T'_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \left| x_1 \left(y_2 - y_3 \right) + x_2 \left(y_3 - y_1 \right) + x_3 \left(y_1 - y_2 \right) \right|$$

vagy

$$T_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

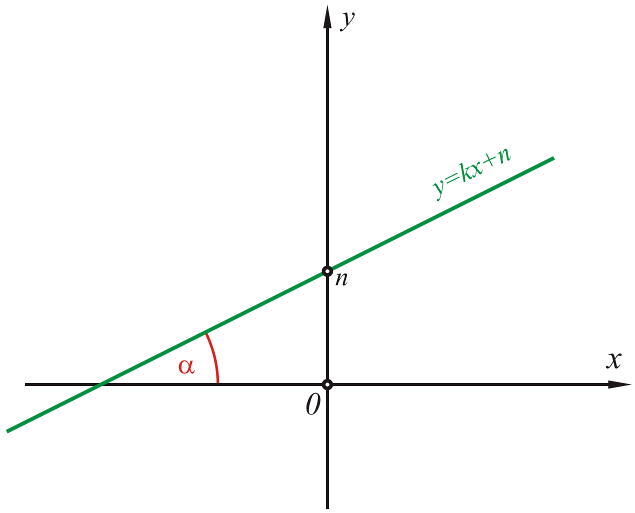
A HÁROMSZÖG SÚLYPONTJÁNAK A KOORDINÁTÁI



$$\boxed{x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}}$$

$$\boxed{y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}}$$

AZ EGYENES EGYENLETE



$\boxed{y = k \cdot x + n}$ (explicit alak)

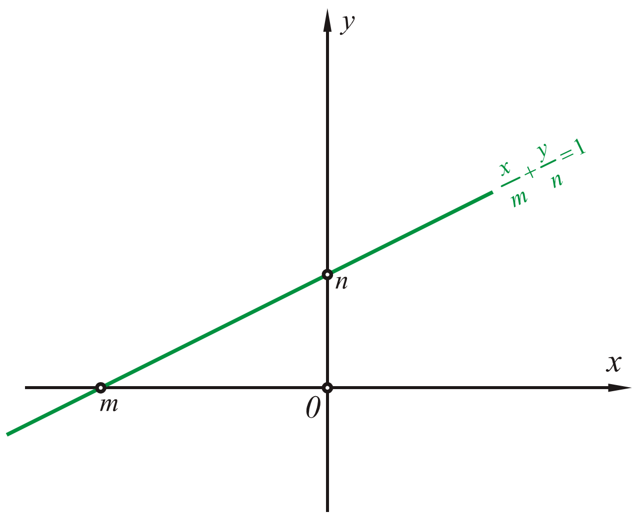
$\boxed{k} \rightarrow$ iránytényező

$\boxed{k = tg\alpha}$

$\boxed{\alpha} \rightarrow$ az egyenes és az x^+ tengely közötti szög

$\boxed{n} \rightarrow$ az y-tengelyen lévő tengelymetszet

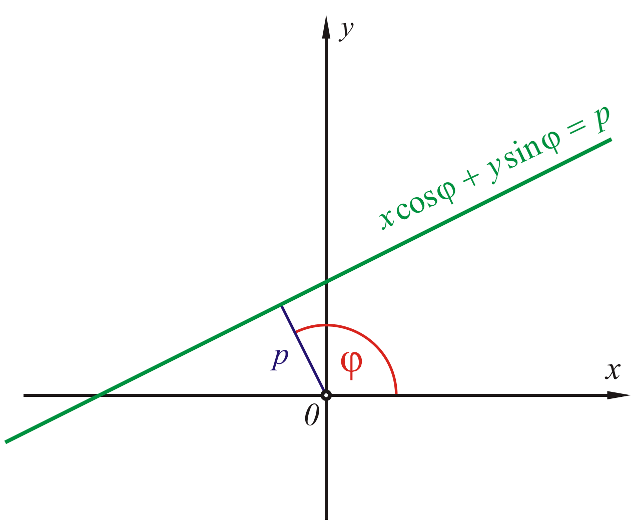
$\boxed{Ax + By + C = 0}$ implicit alak



$\boxed{\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1}$ tengelymetszetes alak

$\boxed{m} \rightarrow$ tengelymetszet az x-tengelyen

$\boxed{n} \rightarrow$ tengelymetszet az y-tengelyen

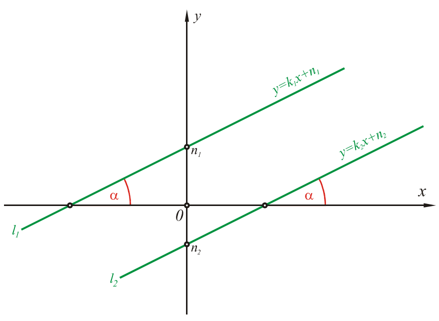


$\boxed{x \cdot \cos\varphi + y \cdot \sin\varphi = p}$ normálalak

$\boxed{\varphi} \rightarrow$ az origóból az egyenesre bocsátott merőleges és az x-tengely által közrezárt szög

$\boxed{p} \rightarrow$ az egyenes távolsága az origótól, azaz a p szakasz hossza

Két síkbeli egyenes kölcsönös helyzete

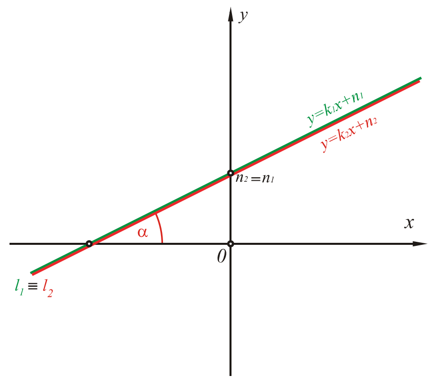


$\boxed{l_1 \parallel l_2}$

$\Updownarrow$

$\boxed{k_1 = k_2}$

$\boxed{n_1 \neq n_2}$

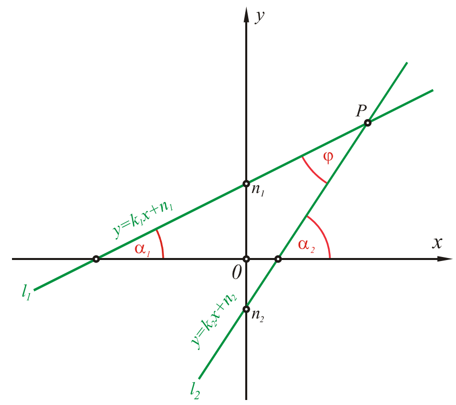


$\boxed{l_1 \equiv l_2}$

$\Updownarrow$

$\boxed{k_1 = k_2}$

$\boxed{n_1 = n_2}$



$\boxed{l_1 \cap l_2 = \{P\}}$

$\Downarrow$

$\boxed{k_1 \neq k_2}$

Az l_1 és l_2 egyenesekre, melyek egyenletei:

$l_1 : y = k_1 x + n_1$

$l_2 : y = k_2 x + n_2$

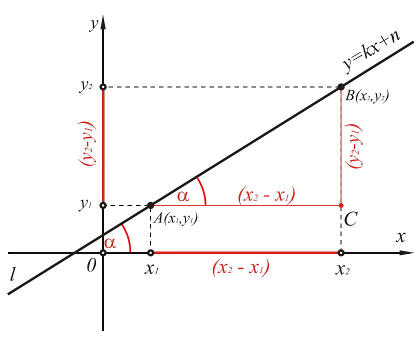
érvényes:

$\boxed{l_1 \parallel l_2} \Leftrightarrow \boxed{k_1 = k_2}$ (két egyenes párhuzamosságának a feltétele)

$\boxed{l_1 \perp l_2} \Leftrightarrow \boxed{k_1 = \left(-\frac{1}{k_2}\right)}$ két egyenes merőlegességének a feltétele

Ha $\boxed{l_1 \cap l_2 = \{P\}}$ akkor a $\boxed{\varphi}$ szög, amelyet az l_1 és l_2 egyenesek alkotnak kiszámítható:

$\boxed{tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}}$ (két egyenes hajlásszögének a tangense)



Egy pontra illeszthető egyenes egyenlete:

$l : \boxed{y - y_1 = k\left(x - x_1\right)}$

Két pontra illeszthető egyenes egyenlete:

$l : \boxed{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot \left(x - x_1\right)}$;

$\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ (két pontra illeszthető egyenes iránytényezője)

MÁSODRENDŰ GÖRBÉK

Kétismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakja:

$$\boxed{Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0}$$

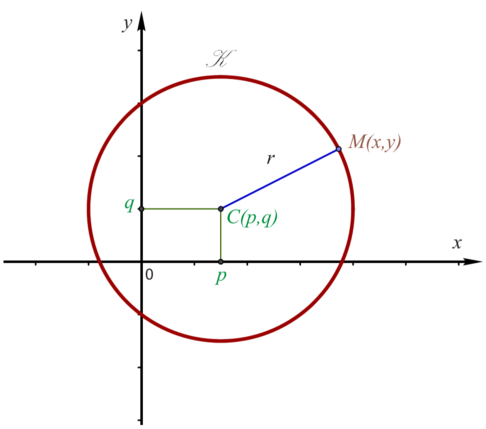
Ez az egyenlet képviselhet

- kör egyenletét
- ellipszis egyenletét
- hiperbola egyenletét
- parabola egyenletét

A KÖRVONAL EGYENLETE

Definíció:

A körvonal a sík azon pontjainak a halmaza, melyek egyenlő távolságra vannak egy C fixponttól (középponttól).

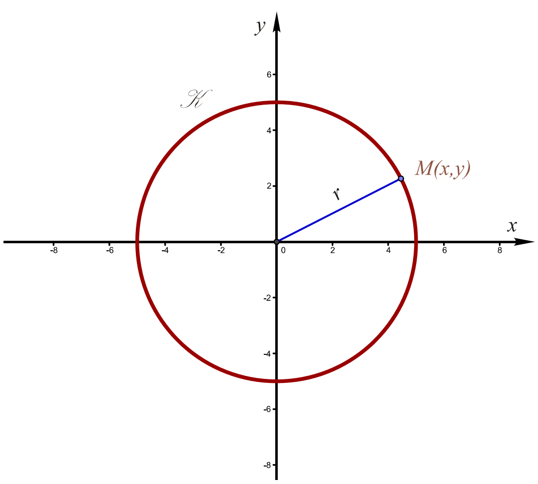


A körvonal egyenlete:

$$\boxed{(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2}$$

$\boxed{p,q} \rightarrow$ középpont koordinátái

$\boxed{r} \rightarrow$ körvonal sugara



Abban az esetben, ha a körvonal középpontja az origó,

azaz, ha $\boxed{p=0}$ és $\boxed{q=0}$ akkor

a körvonal egyenlete:

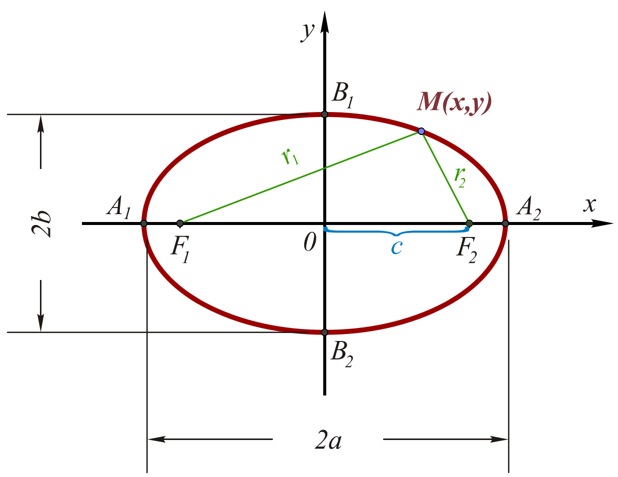
$$\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$$

s a körvonalat középponti körvonalnak hívjuk.

AZ ELLIPSZIS EGYENLETE

Definíció:

Az ellipszis azon síkbeli pontok halmaza, melyekre érvényes, hogy $\boxed{r_1 + r_2}$ távolság-összege két adott ponttól (a fókuszoktól) konstans és 2a-val egyenlő.



Az ellipszis egyenlete:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1} \Leftrightarrow \boxed{b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2}$$

$\boxed{a} \rightarrow$ nagy féltengely

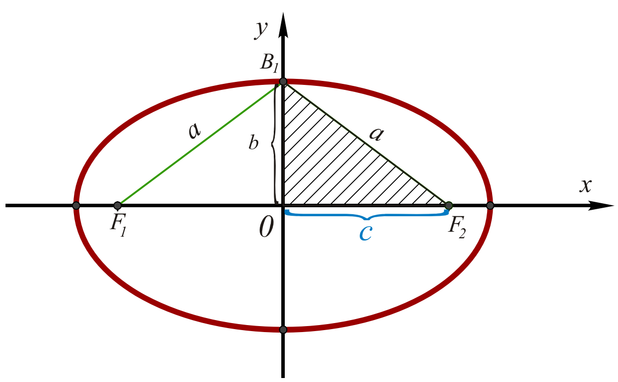
$\boxed{b} \rightarrow$ kis féltengely

$\boxed{c} \rightarrow$ fókusztávolság

$\boxed{F_{1,2}\left(\pm c, 0\right)} \rightarrow$ gyújtópontok (fókuszok)

$\boxed{A_{1,2}\left(\pm a, 0\right)}; \boxed{B_{1,2}\left(\pm b, 0\right)} \rightarrow$ ellipszis csúcsai

$\boxed{r_1, r_2} \rightarrow$ rádiuszvektorok



A Pitagorasz-tételt felhasználjuk az $\boxed{\Delta OB_1F_2}$ esetén a következőt kapjuk:

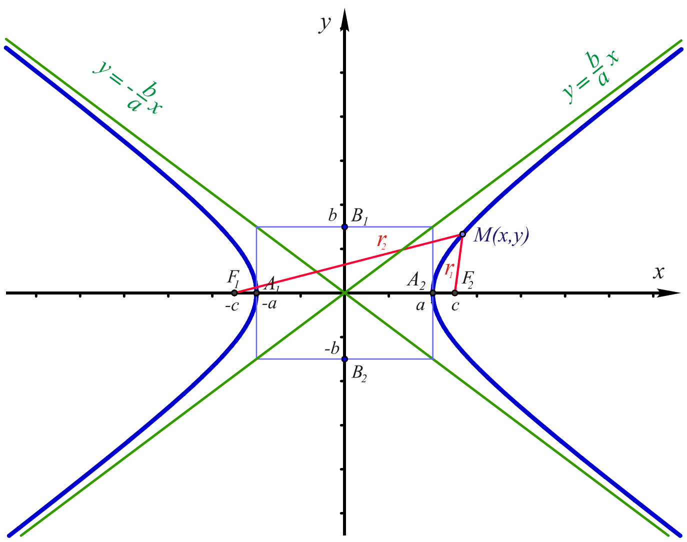
$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} b^2 = a^2 - c^2 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{array}}$$

A HIPERBOLA EGYENLETE

Definíció:

A hiperbola azon síkbeli pontok halmaza, melyek $\boxed{\left|r_1 - r_2\right|}$

од две фиксне тачке $\boxed{F_1}$ и $\boxed{F_2}$ *(жиже)* константан број $\boxed{2a}$.



Једначина хиперболе:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1} \Leftrightarrow \boxed{b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2}$$

$\boxed{y = \pm\frac{b}{a}x} \rightarrow$ *(једначине асимптота хиперболе)*

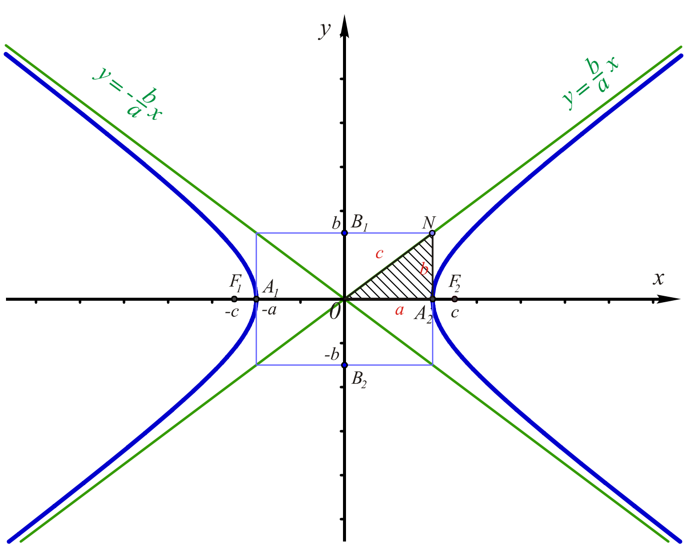
$\boxed{a} \rightarrow$ *хоризонтална (реална) полуоса*

$\boxed{b} \rightarrow$ *вертикална (имагинарна) поуоса*

$\boxed{c} \rightarrow$ *жижна даљина*

$\boxed{F_{1,2}\left(\pm c, 0\right)} \rightarrow$ *жиже (фокуси)*

$\boxed{A_{1,2}\left(\pm a, 0\right)} \rightarrow$ *темена хиперболе*

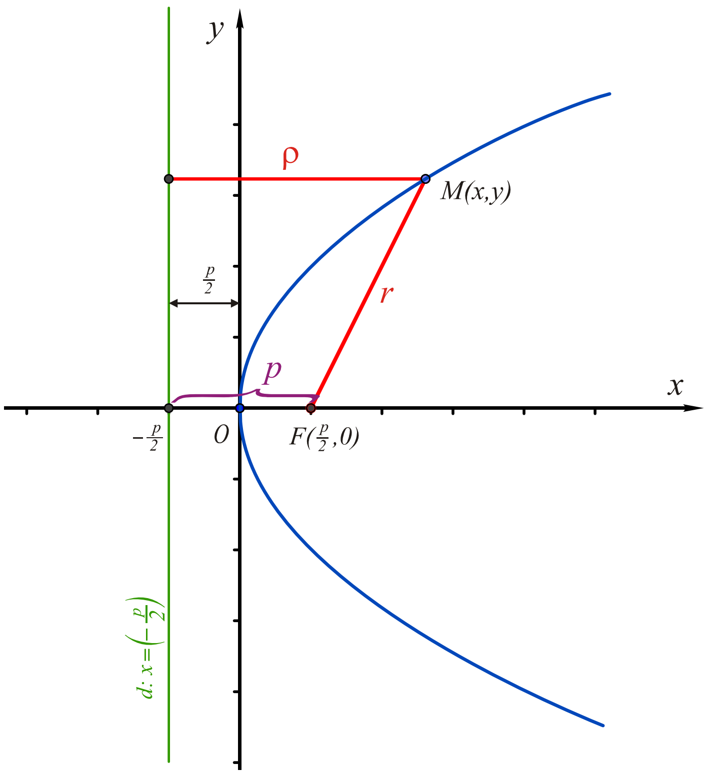


Применом *Питагорине теореме* на $\boxed{\Delta NOA_2}$ добијамо:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} a^2 = c^2 - b^2 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{array}}$$

Definíció:

A parabola azon síkbeli pontok halmaza, melyek egyenlő távolságra vannak egy F (fókusz) fixponttól és egy d (direktrix) egyenestől.



A parabola egyenlete:

$$\boxed{y^2 = 2p \cdot x}$$

$\boxed{p} \to$ a parabola paramétere

$\boxed{p}$ a direktrix és a fókusz távolsága.

$\boxed{F\left(\frac{p}{2};0\right)} \to$ gyújtópont (fókusz)

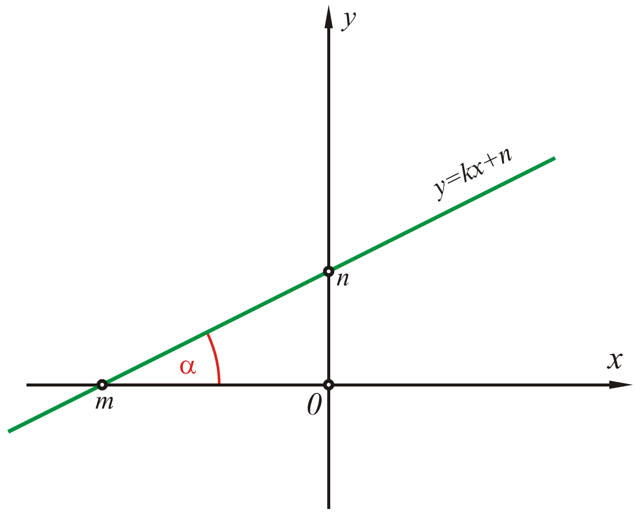
$\boxed{d: x = -\frac{p}{2}} \to$ a direktrix egyenlete

ÉRINTÉSI FELTÉTEL

A görbe egyenlete:	Az érintési feltétel
A körvonal: $\boxed{(x-p)^2+(y-q)^2=r^2}$	$\boxed{r^2\left(k^2+1\right)=(kp-q+n)^2}$
Középponti körvonal: $\boxed{x^2+y^2=r^2}$	$\boxed{r^2\left(k^2+1\right)=n^2}$
Ellipszis: $\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1}$	$\boxed{a^2k^2+b^2=n^2}$
Hiperbola: $\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1}$	$\boxed{a^2k^2-b^2=n^2}$
Parabola: $\boxed{y^2=2p\cdot x}$	$\boxed{p=2kn}$

ELEMI FÜGGVÉNYEK

(1) **A lineáris függvény:**



A függvény menete:

(1) **Értelmezési tartomány:**

A függvény értelmezett $\forall x \in R$ esetén:

$\boxed{D_f = R}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y = 0}$ $\boxed{x = m}$.

(3) **A függgvény elõjele:**

$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (m, +\infty)}$

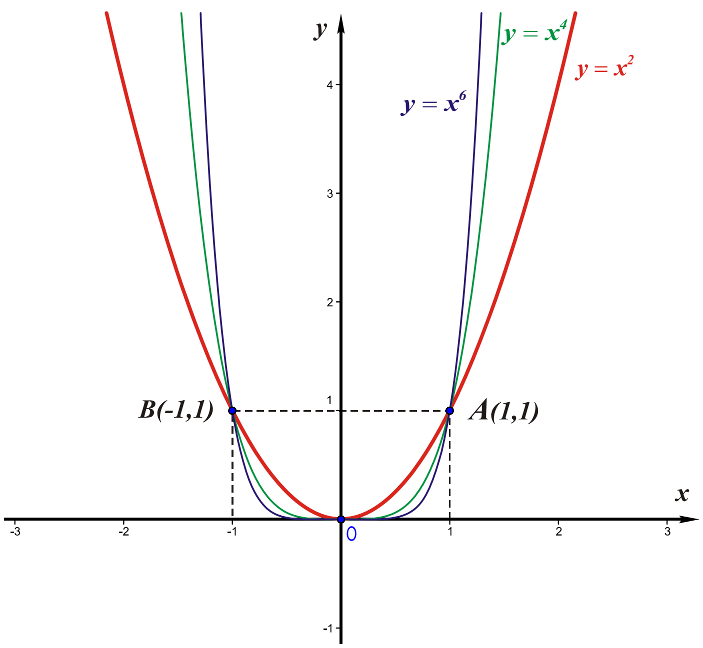
$\boxed{y < 0}$ ha $\boxed{x \in (-\infty, m)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(2) A hatványfüggvény: $\boxed{y = x^n}$:

(2.a) $\boxed{y = x^{2k}}$; $k \in N$



A függvény menete:

(1) **A függvény értelmezési tartománya:**

A függvény értelmezett $\forall x \in R$ esetén

$\boxed{D_f = R}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y = 0}$ $\boxed{x = 0}$.

(3) **A függvény előjele:**

$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)}$

(4) **A függvény monotonitása**

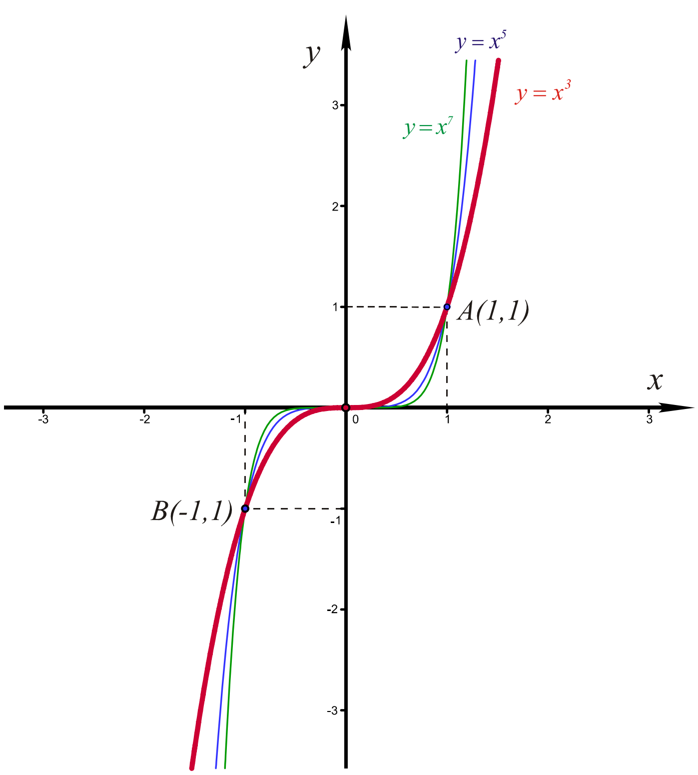
$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{x \in (0; +\infty)}$

$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{x \in (-\infty; 0)}$

(5) **A függvény szélsőértéke:**

$\boxed{y_{\min} = 0}$ ha $\boxed{x = 0}$

(2.b) $\boxed{y = x^{2k+1}}$; $k \in N$



A függvény menete:

(1) **A függvény értelmezési tartománya:**

A függvény értelmezett $\forall x \in R$ esetén

$\boxed{D_f = R}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y = 0}$ ha $\boxed{x = 0}$.

(3) **A függvény előjele:**

$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (0, +\infty)}$

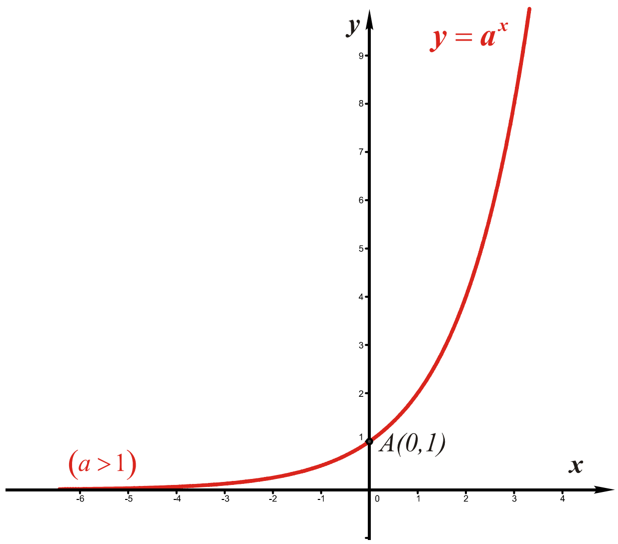
$\boxed{y < 0}$ ha $\boxed{x \in (-\infty, 0)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

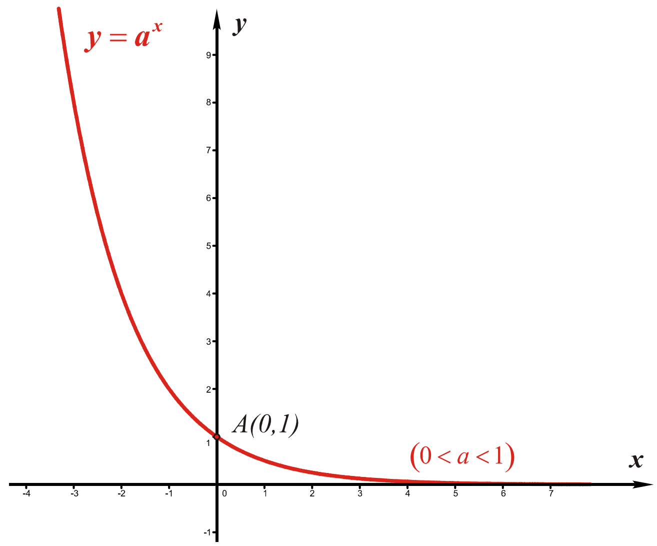
$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(3) Az exponenciális függvény:

$\boxed{a > 1}$



$\boxed{0 < a < 1}$



A függvény menete:

(1) **Értelmezési tartomány:**

A függvény értelmezett $\forall x \in R$ esetén: $\boxed{D_f = R}$

(2) **A függvény nullahelye:**

Nincs.

(3) **A függvény előjele:**

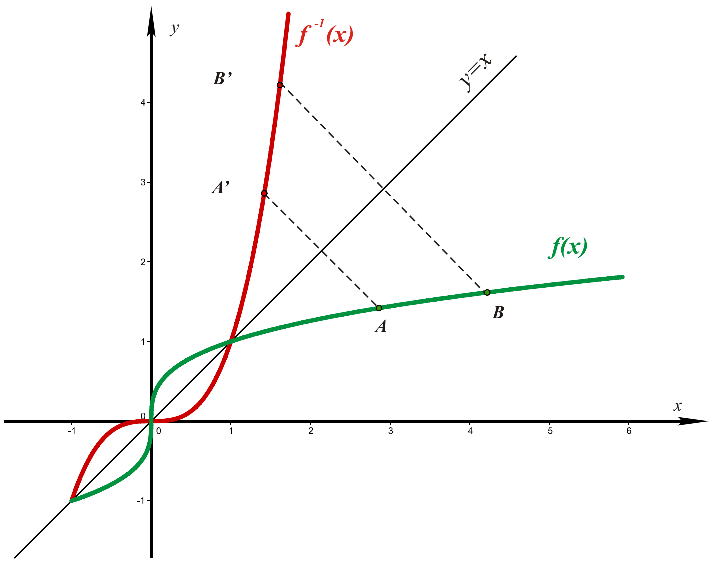
$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

ИНВЕРЗНА ФУНКЦИЈА

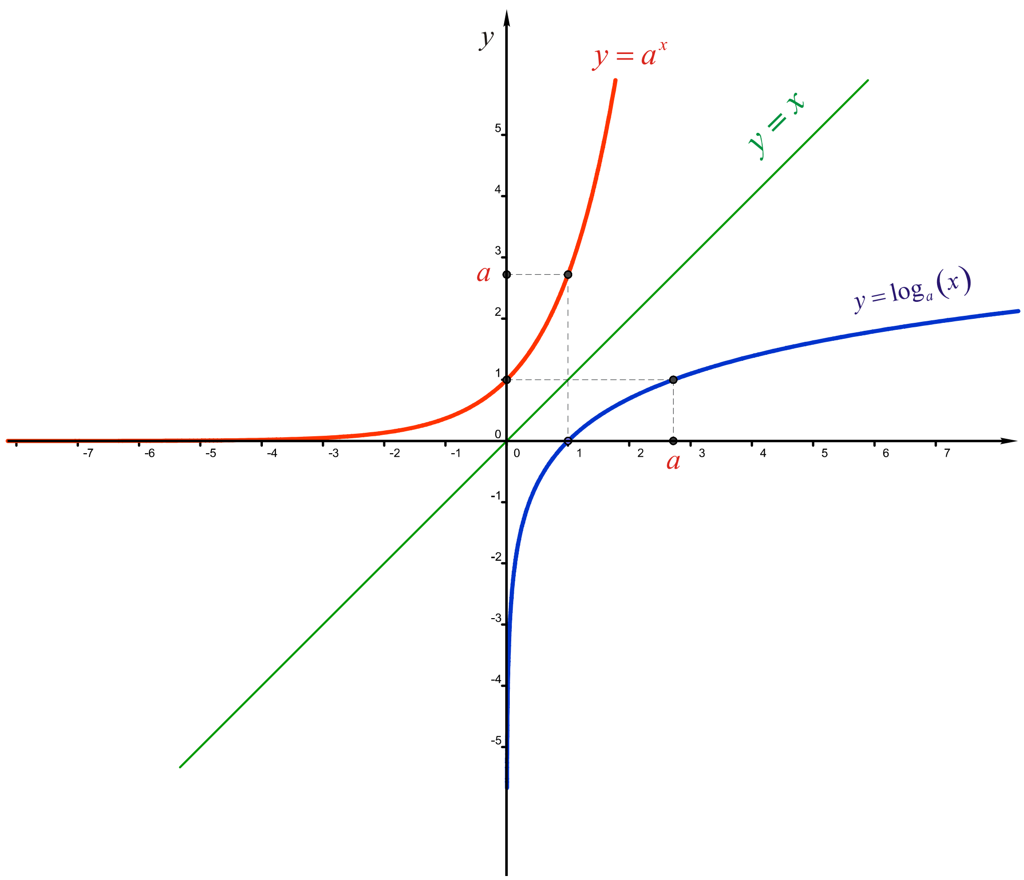


Ако је дефинисана функција $\boxed{f: A \xrightarrow{1-1} B}$ тако да се пресликава $\boxed{x \to f(x)}$ онда се може дефинисати *инверзна функција* $\boxed{f^{-1}: B \xrightarrow{1-1} A}$ тако да се пресликава $\boxed{f(x) \to x}$, односно:

$$\boxed{f^{-1}\left[f(x)\right] = x}$$

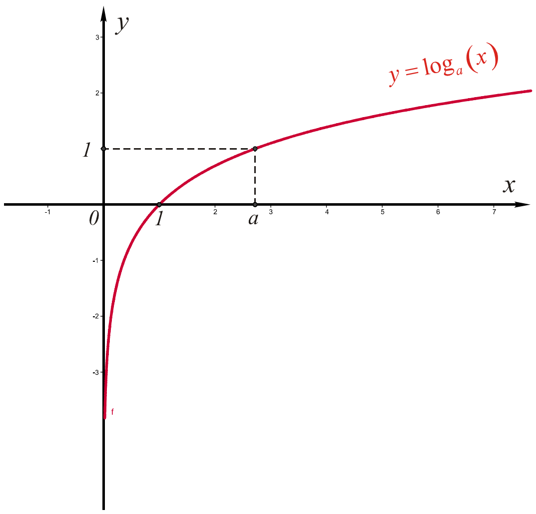
График функције $\boxed{f(x)}$ је *осно симетричан* са графиком функције $\boxed{f^{-1}(x)}$ у односу на праву $\boxed{y = x}$.

Пошто је $\boxed{\log_a b = x} \Leftrightarrow \boxed{a^x = b}$ то су функције $\boxed{y = \log_a x}$ и $\boxed{y = a^x}$ *инверзне* па су њихови графици *симетрични* у односу на праву $\boxed{y = x}$.

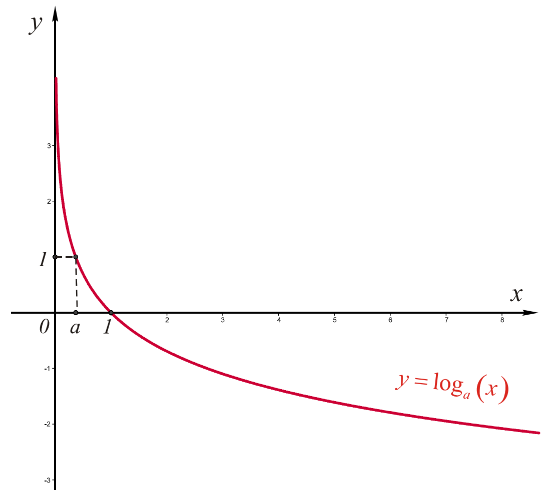


(4) A logaritmus függvény:

$\boxed{a > 1}$



$\boxed{0 < a < 1}$



A függvény menete:

(1) **A függvény értelmezési tartománya:**

A függvény értelmezett $\boxed{x > 0}$ esetén:

$\boxed{D_f = (0, +\infty)}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y = 0}$ ha $\boxed{x = 1}$

(3) **A függvény előjele:**

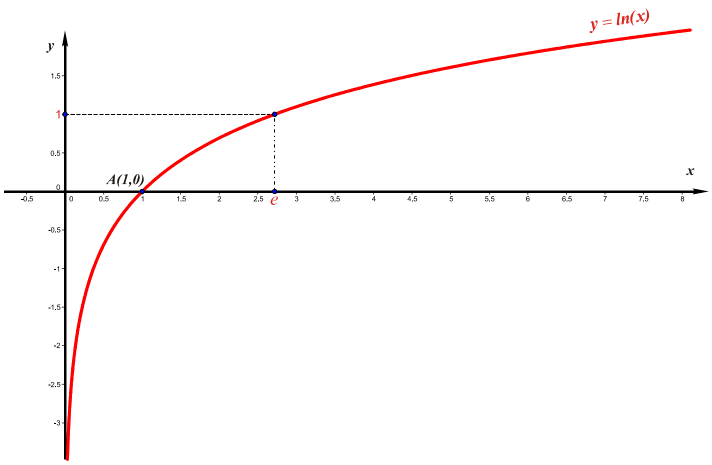
$a > 1$	$0 < a < 1$
$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (1, +\infty)}$	$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (1, +\infty)}$
$\boxed{y < 0}$ ha $\boxed{x \in (0, 1)}$	$\boxed{y < 0}$ ha $\boxed{x \in (0, 1)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$	$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

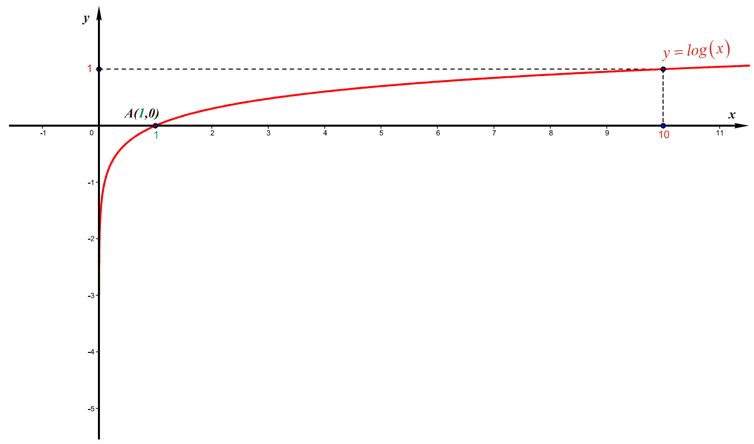
Ако је основа логаритма број $\boxed{e} \approx 2,72$ онда се тај логаритам означава са $\boxed{\ln x}$ а график функције $\boxed{y = \ln x}$ приказан је на следећој слици

График функције $\boxed{y = \ln x}$



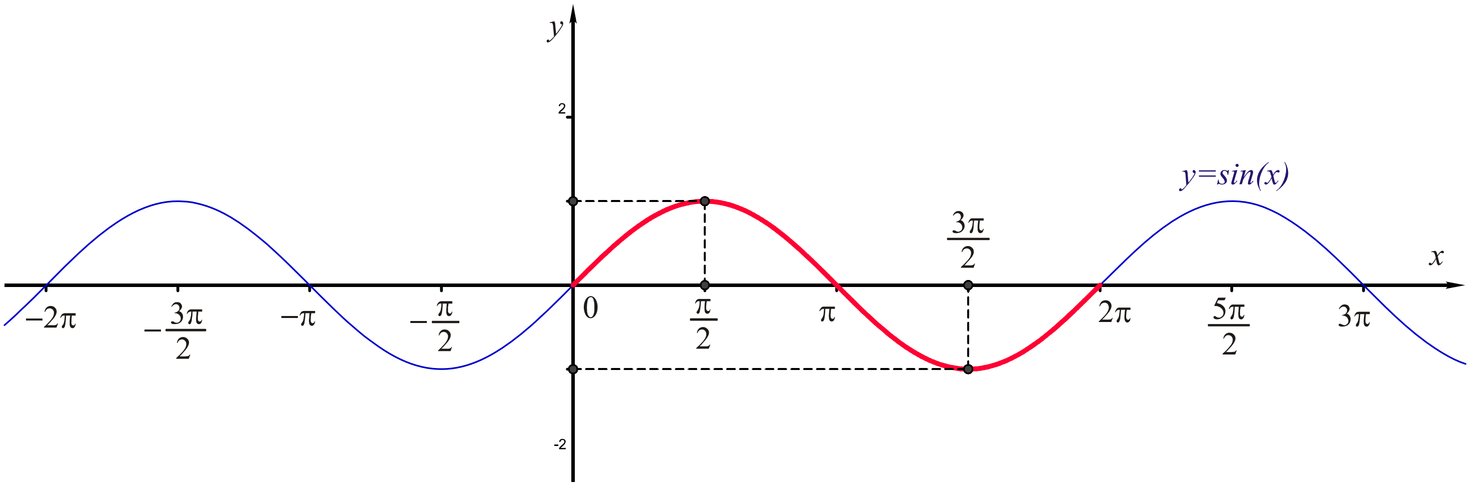
Ако је основа логаритма број $\boxed{10}$ онда се тај логаритам означава са $\boxed{\log x}$ а график функције $\boxed{y = \log x}$ приказан је на следећој слици

График функције $\boxed{y = \log x}$



(5) TRIGONOMETRIKUS FÜGGVÉNYEK:

(5.1) $\boxed{y=\sin x}$



<u>A függvény menete:</u>

(1) **<u>A függvény értelmezési tartománya:</u>**

$D_f = R$

(2) **<u>A függvény nullahelye:</u>**

$\boxed{y=0}$ $\boxed{x = 0 + 2k\pi}$ ahol $(k=0;\pm1;\pm2;\pm3;...)$

(3) **<u>A függvény előjele:</u>**

$\boxed{y>0}$ ha $\boxed{x \in (0+2k\pi; \pi+2k\pi)}$

$\boxed{y<0}$ ha $\boxed{x \in (\pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi)}$

ahol $(k=0;\pm1;\pm2;\pm3;...)$

(4) **<u>A függvény monotonitása:</u>**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{x \in \left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\right)}$

$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{x \in \left(\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right)}$

ahol $(k=0;\pm1;\pm2;\pm3;...)$

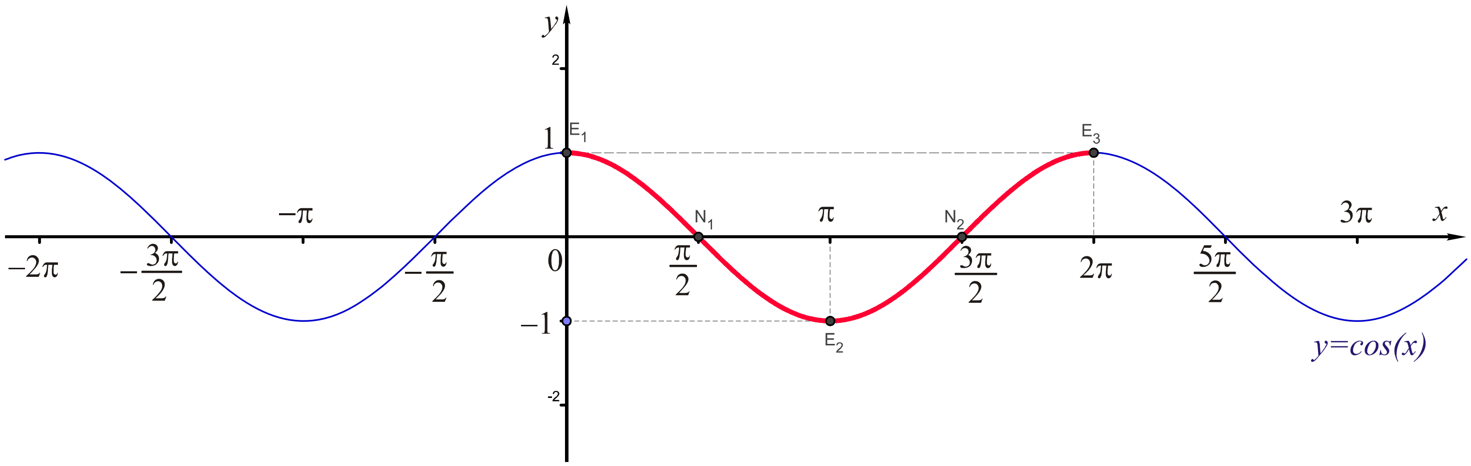
(5) **<u>A függvény szélsőértékei:</u>**

$\boxed{y_{\max}=1}$ ha $\boxed{x=\frac{\pi}{2}+2k\pi}$

$\boxed{y_{\min}=-1}$ ha $\boxed{x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi}$

ahol $(k=0;\pm1;\pm2;\pm3;...)$

(5.2) $\boxed{y=\cos x}$



<u>Ток функције</u>:

(1) ***<u>домен</u>:***

$D_f = R$

(2) ***<u>нуле функције</u>:***

$\boxed{y=0}$ *за* $\boxed{x_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ \vee \ x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi}$ *где је* $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(3) ***<u>знак функције</u>:***

$\boxed{y>0}$ *за* $\boxed{x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)}$

$\boxed{y<0}$ *за* $\boxed{x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right)}$

где је $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(4) ***<u>монотоност</u>:***

$\boxed{y \nearrow}$ *за* $\boxed{x \in (\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi)}$

$\boxed{y \searrow}$ *за* $\boxed{x \in (0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi)}$

где је $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

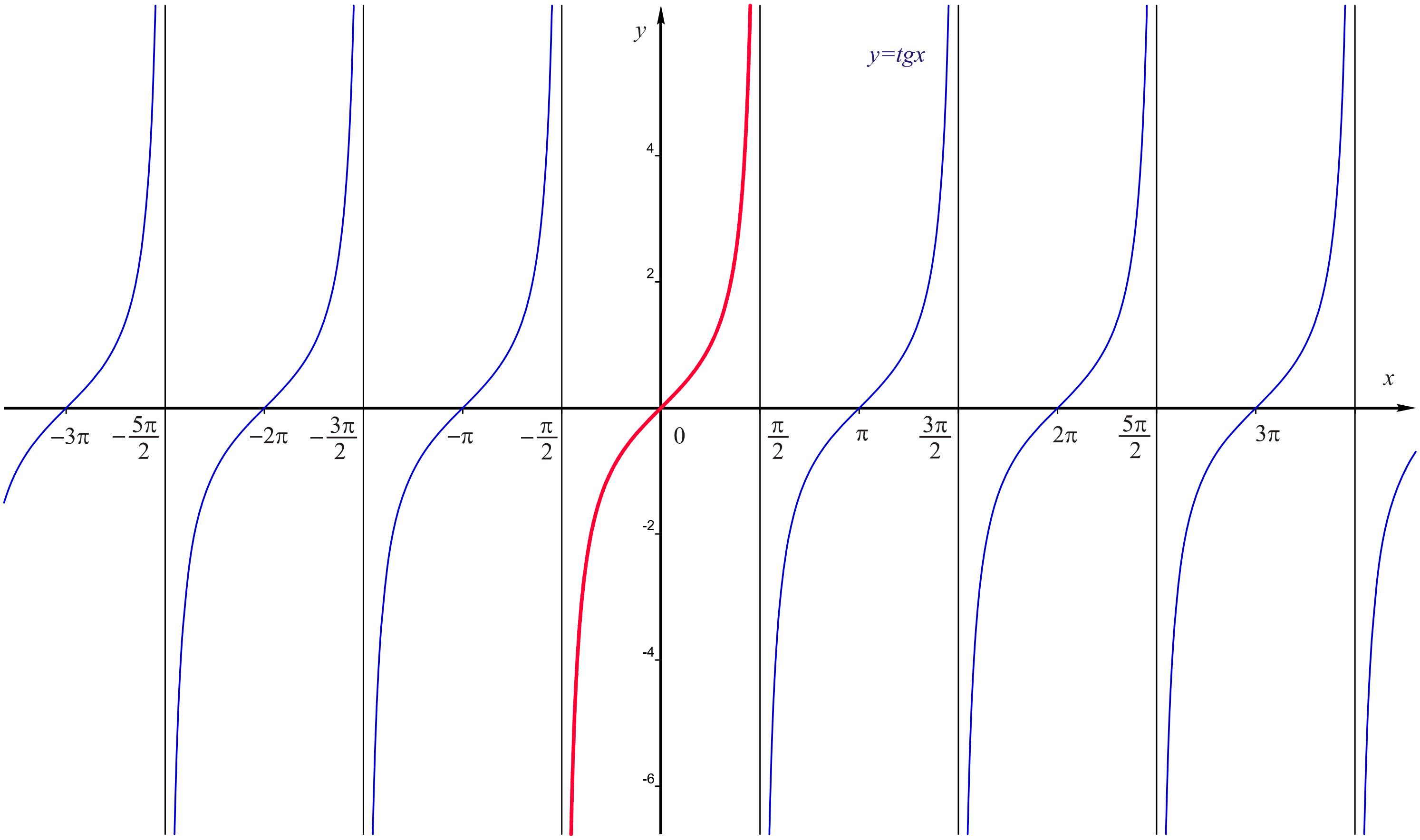
(5) ***<u>екстремне вредности</u>:***

$\boxed{y_{\max} = 1}$ *за* $\boxed{x = 0 + 2k\pi}$

$\boxed{y_{\min} = -1}$ *за* $\boxed{x = \pi + 2k\pi}$

где је $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(5.3) $\boxed{y = tgx}$



Ток функције:

(1) ***домен:***

$$D_f = R \backslash \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} \quad \text{где је} \quad (k = 0; \pm1; \pm2; \pm3; \ldots)$$

(2) ***нуле функције:***

$$\boxed{y = 0} \quad \text{за} \quad \boxed{x = 0 + k\pi} \quad \text{где је} \quad (k = 0; \pm1; \pm2; \pm3; \ldots)$$

(3) ***знак функције:***

$$\boxed{y > 0} \quad \text{за} \quad \boxed{x \in \left(0 + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)}$$

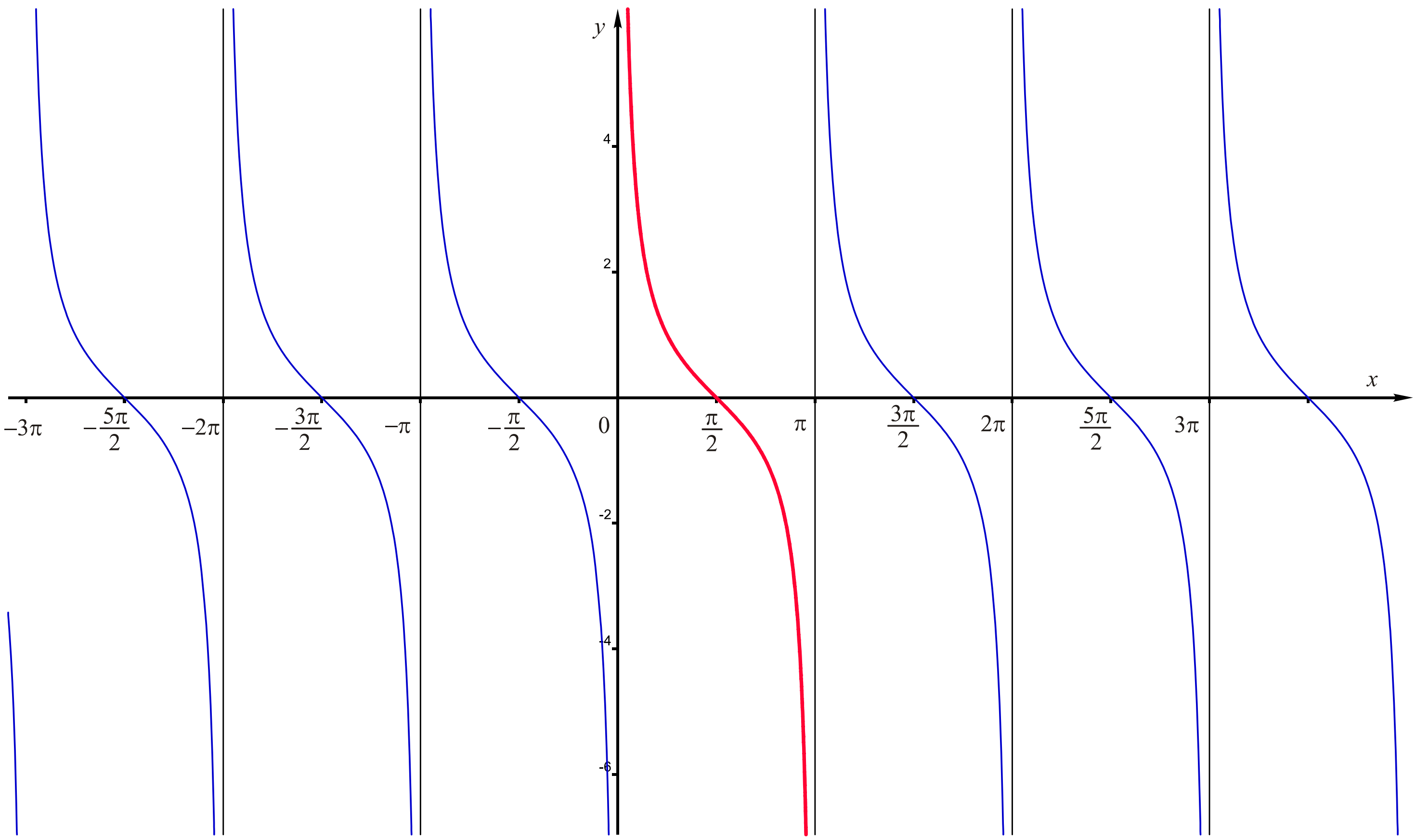
$$\text{где је} \quad (k = 0; \pm1; \pm2; \pm3; \ldots)$$

$$\boxed{y < 0} \quad \text{за} \quad \boxed{x \in \left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \pi + k\pi\right)}$$

(4) ***монотоност:***

$$\boxed{y \nearrow} \quad \text{за} \quad \boxed{\forall x \in D_f} \quad \text{где је} \quad (k = 0; \pm1; \pm2; \pm3; \ldots)$$

(5.4) $\boxed{y = ctgx}$



<u>Ток функције</u>:

(1) ***<u>домен</u>:***

$D_f = R \setminus \{0 + k\pi\}$ *где је* $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(2) ***<u>нуле функције</u>:***

$\boxed{y = 0}$ *за* $\boxed{x = \frac{\pi}{2} + k\pi}$ *где је* $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(3) ***<u>знак функције</u>:***

$\boxed{y > 0}$ *за* $\boxed{x \in \left(0 + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)}$

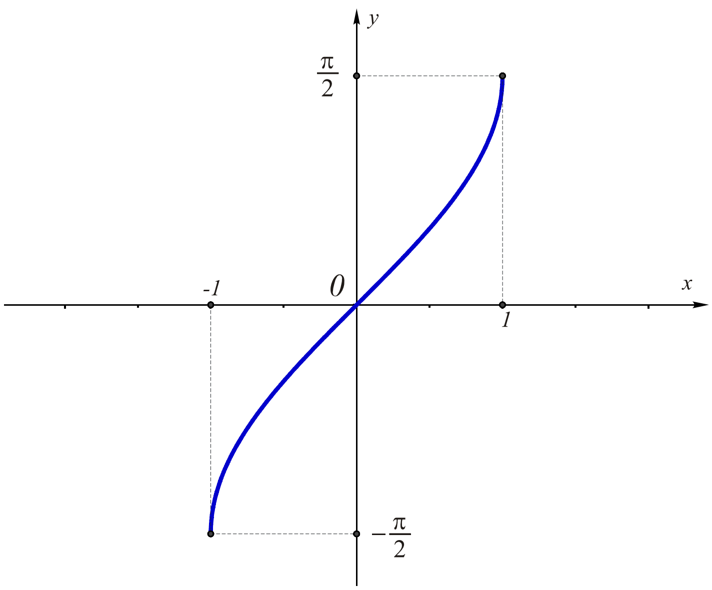
$\boxed{y < 0}$ *за* $\boxed{x \in \left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \pi + k\pi\right)}$

где је $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(4) ***<u>монотоност</u>:***

$\boxed{y \searrow}$ *за* $\boxed{\forall x \in D_f}$ *где је* $(k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots)$

(6.1) $\boxed{y = \arcsin x}$



A függvény menete:

(1) **Értelmezési tartomány:**

A függvény értelmezett: $\forall x \in [-1,1]$ esetén:

$\boxed{D_f = [-1,1]}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y=0}$ ha $\boxed{x=0}$.

(3) **A függvény elŏjele:**

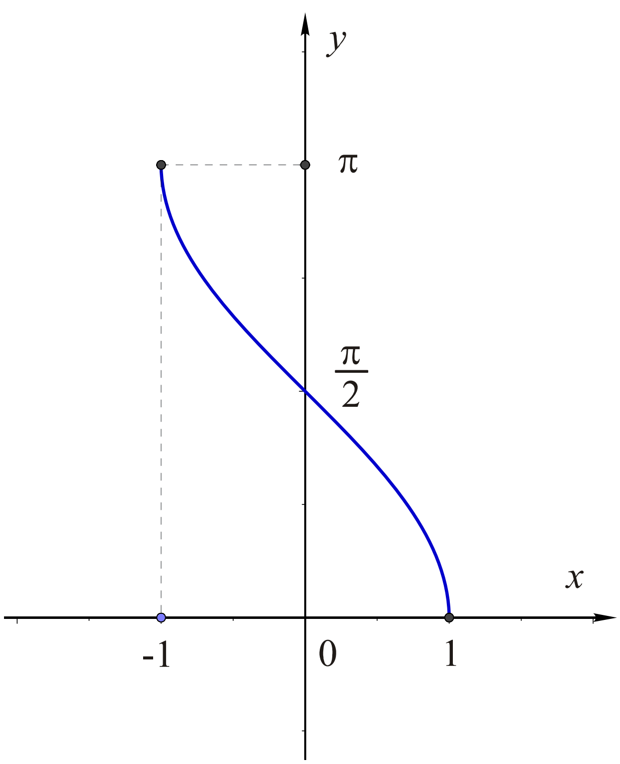
$\boxed{y>0}$ ha $\boxed{x \in (0,1)}$

$\boxed{y<0}$ ha $\boxed{x \in (-1,0)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(6.2) $\boxed{y = \arccos x}$



A függvény menete:

(1) **Értelmezési tartomány:**

A függvény értelmezett: $\forall x \in [-1,1]$ esetén:

$\boxed{D_f = [-1,1]}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y=0}$ ha $\boxed{x=1}$

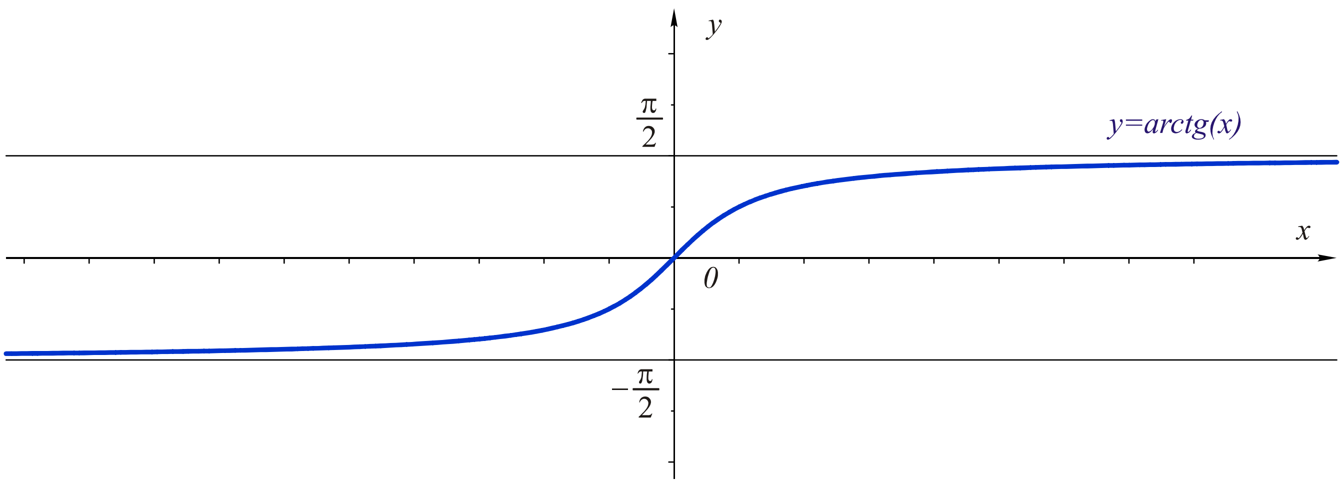
(3) **A függvény elŏjele:**

$\boxed{y>0}$ ha $\boxed{\forall x \in (-1,1)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(6.3) $\boxed{y = arctgx}$



A függvény menete:

(1) **A függvény értelmezési tartománya:**

Функција је дефинисана за $\boxed{\forall x \in R}$ односно $\boxed{D_f = R}$

(2) **A függvény nullahelye:**

$\boxed{y = 0}$ ha $\boxed{x = 0}$.

(3) **A függvény elõjele:**

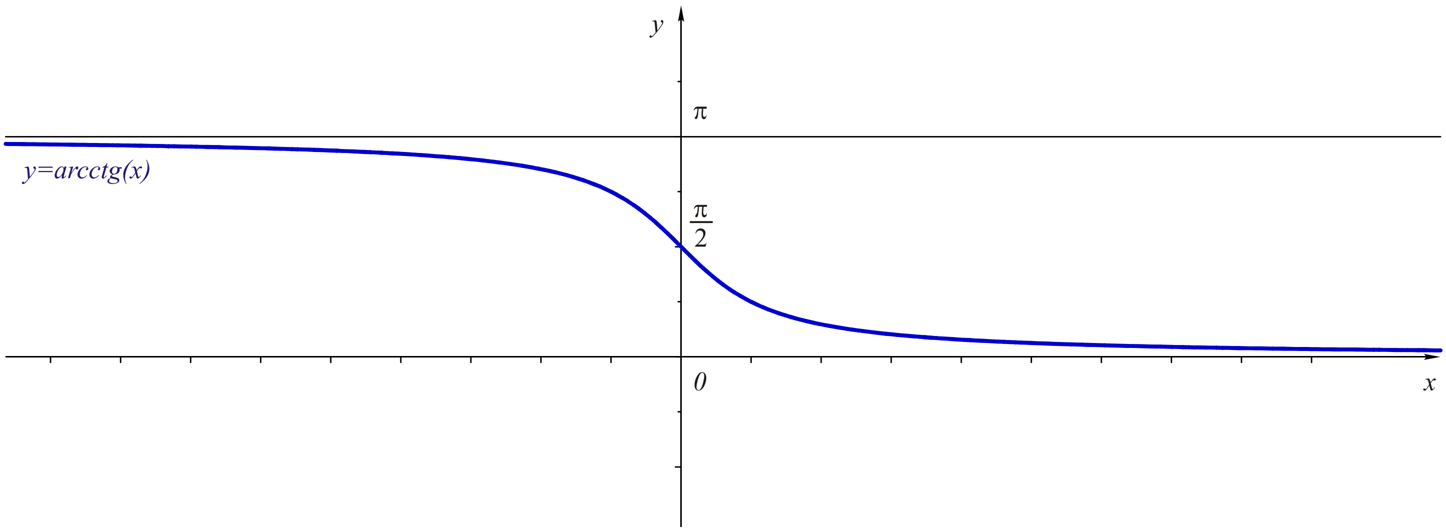
$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{x \in (0, +\infty)}$

$\boxed{y < 0}$ ha $\boxed{x \in (-\infty, 0)}$

(4) **A függvény monotonitása:**

$\boxed{y \nearrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(6.4) $\boxed{y = arcctgx}$



A függvény menete:

(1) A függvény értelmezéesi tartománya:

A függvény értelmezett $\boxed{\forall x \in R}$ esetén: $\boxed{D_f = R}$

(2) A függvény nullahelye:

Nincs

(3) A függvény előjele:

$\boxed{y > 0}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

(4) A függvény monotonitása:

$\boxed{y \searrow}$ ha $\boxed{\forall x \in D_f}$

FÜGGVÉNY DERIVÁLTJA			FÜGGVÉNY INTEGRÁLJA
(1)	$\boxed{(C)'=0}$	$\Rightarrow$	(1) $\boxed{\int 0\,dx=C}$
(2)	$\boxed{(x^n)'=nx^{n-1}}$ $\Downarrow$ $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$; $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$	$\Rightarrow$	(2) $\boxed{\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C}$
(3)	$\boxed{(a^x)'=a^x\ln a}$	$\Rightarrow$	(3) $\boxed{\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C}$
(4)	$\boxed{(e^x)'=e^x}$	$\Rightarrow$	(4) $\boxed{\int e^x dx=e^x+C}$
(5)	$\boxed{(\log_a\lvert x\rvert)'=\frac{1}{x\ln a}}$	$\Rightarrow$	(5) $\boxed{\int\left(\frac{1}{x\ln a}\right)dx=\log_a\lvert x\rvert+C}$
(6)	$\boxed{(\ln x)'=\frac{1}{x}}$	$\Rightarrow$	(6) $\boxed{\int\frac{1}{x}dx=\ln x+C}$
(7)	$\boxed{(\sin x)'=\cos x}$	$\Rightarrow$	(7) $\boxed{\int\cos x=\sin x+C}$
(8)	$\boxed{(\cos x)'=-\sin x}$	$\Rightarrow$	(8) $\boxed{\int\sin x dx=-\cos x+C}$
(9)	$\boxed{(\operatorname{tg} x)'=\frac{1}{\cos^2 x}}$	$\Rightarrow$	(9) $\boxed{\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\operatorname{tg} x+C}$
(10)	$\boxed{(\operatorname{ctg} x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}}$	$\Rightarrow$	(10) $\boxed{\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\operatorname{ctg} x+C}$
(11)	$\boxed{(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$	$\Rightarrow$	(11) $\boxed{\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+C}$
(12)	$\boxed{(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$	$\Rightarrow$	(12) $\boxed{\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=-\arccos x+C}$
(13)	$\boxed{(\operatorname{arctg} x)'=\frac{1}{1+x^2}}$	$\Rightarrow$	(13) $\boxed{\int\frac{1}{1+x^2}dx=\operatorname{arctg} x+C}$
(14)	$\boxed{(\operatorname{arcctg} x)'=-\frac{1}{1+x^2}}$	$\Rightarrow$	(14) $\boxed{\int\frac{1}{1+x^2}dx=-\operatorname{arcctg} x+C}$